

### 1. Al ritorno dal gioco del pallone

La risposta esatta è: C

Negare che tutti gli abiti sono sporchi vuol dire affermare che "non tutti gli abiti sono sporchi" e cioè affermare che "almeno un abito è pulito".

### 2. Quante cose da ricordare nella vita di oggi

La risposta esatta è: C

Il sig. Rossi dopo un numero di giorni pari a  $12 = \text{m.c.m.}(4,6)$ , si ritroverà a ricaricare i due detti strumenti. Poiché  $12 = 7+5$ , il giorno della settimana sarà lunedì aumentato di 5 giorni: sabato.

### 3. Giorni con pensieri e giorni spensierati

La risposta esatta è: D

Il sig. Rossi dopo un numero di giorni pari al  $\text{m.c.m.}(4,6,7)=84$ , si ritrova a dover ricaricare per la prima volta di nuovo tutti e tre gli strumenti; la sequenza di "impegni" da rispettare dal 1° all'84° giorno si ripete ogni 84 giorni, dall'85° al 168°, dal 169° al 253°, e così via. In ciascun periodo, i giorni "con qualcosa da ricaricare" sono  $A \cup B \cup C$ , se A è l'insieme dei multipli di 4, B l'insieme dei multipli di 6, C l'insieme dei multipli di 7, compresi nell'intervallo 1-84. La cardinalità di A è  $84/4=21$ ; quella di B è  $84/6=14$ , quella di C è  $84/7=12$ . Poiché le intersezioni sono state contate più volte, dobbiamo togliere la cardinalità di  $A \cap B$  (insieme di multipli di 4 e di 6, quindi insieme dei multipli di 12)  $=84/12=7$ , togliere anche la cardinalità di  $B \cap C$  (insieme di multipli di 6 e di 7, quindi insieme dei multipli di 42)  $=84/42=2$ , e la cardinalità di  $A \cap C$  (insieme di multipli di 4 e di 7, quindi insieme dei multipli di 28)  $=84/28=3$ , ma poi bisogna aggiungere la cardinalità di  $A \cap B \cap C$ , insieme formato dal solo numero multiplo di 84, che è 84 stesso, e quindi questa cardinalità è pari a 1. Quindi:  $21+14+12-7-2-3+1=36$  (numero di giorni "con qualcosa da ricordare")

Questo numero di giorni si può trovare anche con un metodo alternativo tipo "Crivello di Eratostene", sottolineando tra i numeri compresi tra 1 e 84, prima tutti i multipli di 4, poi tutti i multipli di 6, poi i multipli di 7, che complessivamente sono: 4, 6, 7, 8, 12, 14, 16, 18, 20, 21, 24, 28, 30, 32, 35, 36, 40, 42, 44, 48, 49, 52, 54, 56, 60, 63, 64, 66, 68, 70, 72, 76, 77, 78, 80, 84. In tutto essi sono 36.

$84-36=48$  (numero di giorni "senza niente da ricordare"). Il rapporto è  $36/48=3/4=0.75$

### 4. Parole allo specchio

La risposta esatta è: 64

Le parole leggibili in uno specchio disposto a lato sono quelle simmetriche rispetto ad un asse verticale, passante per il "punto centrale" della parola stessa, e devono essere formate da lettere singole leggibili in uno specchio, le quali sono le lettere a simmetria assiale, che, nell'alfabeto italiano, sono 8: A, H, I, M, O, T, U, V. Le parole a simmetria assiale (ad asse verticale in mezzo alla parola) sono del tipo  $XYX$ , dove X varia negli 8 modi detti, ed Y negli stessi 8 modi, indipendentemente l'una dall'altra. Quindi le parole possibili sono  $8 \times 8 = 64$ .

## 5. La merenda

La risposta esatta è: 7

$$3,60 \cdot x = 5,55(x - 3) + 3,00$$

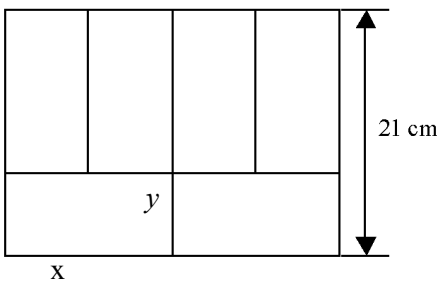
$$3,60x = 5,55x - 16,65 + 3,00 \rightarrow 1,95x = 13,65 \rightarrow x = 7$$

## 6. Divisibile o no?

- A) Essendo  $n^2 + n = n(n + 1)$   $n$  ed  $(n + 1)$  sono numeri consecutivi, uno di essi è pari e dunque il loro prodotto è pari
- B) Essendo  $n^3 - n = n(n - 1)(n + 1)$  uguale al prodotto di tre numeri consecutivi, almeno uno di essi è pari e uno è multiplo di 3, quindi il prodotto è divisibile per 6
- C) Essendo  $n = 2k + 1$  allora  $(2k + 1)^2 + 3 = 4k^2 + 4k + 1 + 3 = 4k^2 + 4k + 4 = 4(k^2 + k + 1)$  è multiplo di 4

## 7. Rettangoli riuniti

La risposta esatta è: 588 cm<sup>2</sup>



$$x + y = 21 \text{ e } x = 2y, \text{ quindi } 3y = 21 \text{ e } y = 7 \text{ e } x = 14$$
$$\text{Area} = 21 \cdot 28 = 588 \text{ cm}^2$$

## 8. Le due circonferenze

La risposta esatta è: 15/4

soluzione 1:

Si tracci la perpendicolare da P a DC e si chiami R la sua intersezione con DC. L'area del rettangolo PRTQ è metà di quella del rettangolo ABCD (poiché hanno ugual altezza, ma la lunghezza di PQ è pari alla somma dei raggi delle due circonferenze, mentre la lunghezza di AB è pari alla somma dei corrispondenti diametri). L'area del triangolo PQT è metà di quella di PRTQ e quindi vale 15/4.

soluzione 2:

Detti  $r$  e  $R$  rispettivamente i raggi della circonferenza piccola e della circonferenza grande l'area del rettangolo è  $(2r + 2R) \cdot R = 15 \rightarrow 2R \cdot (r + R) = 15 \rightarrow r + R = 15 / (2R)$ ;

l'area di PQT =  $(PQ \cdot QT) / 2 = (r + R) \cdot R / 2 = (15 / 2R) \cdot R / 2 = 15 / 4$

## 9. Come sventola il tricolore

A) La risposta esatta è: SI

In virtù della risoluzione di un triangolo rettangolo con un angolo di  $30^\circ$ , l'altezza della punta dell'asta dal pavimento del balcone è pari a

$$h_{\text{asta}} = \frac{\text{lunghezza asta}}{2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

In assenza di vento la bandiera si "affloscia", assumendo un ingombro in

altezza pari alla sua diagonale

$$d = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

Ovviamente risulta  $\sqrt{13} > h_{asta} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$

B) La risposta esatta è: SI

Si tratta di calcolare la lunghezza del segmento  $EK$  e confrontarla con l'altezza  $h = 0,9\text{ m}$  del parapetto del balcone.

$$\begin{cases} OA = 4 \\ FOA = 30^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} FA = 2 \\ OF = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

Inoltre  $B$  è il punto medio del segmento  $OA$ , di conseguenza risulta  $\overline{BH} = \overline{OE} - \overline{OB'} = 2,5 - 1 = 3/2$

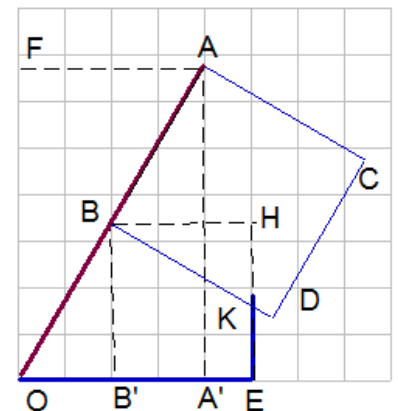
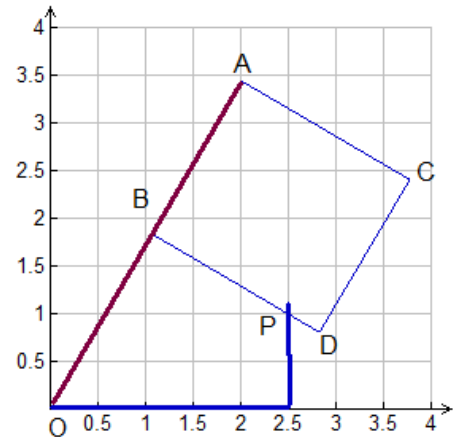
Essendo l'angolo  $\angle HBK = 30^\circ$  si deduce

$$\overline{HK} = \frac{\overline{BK}}{2} = \frac{1}{2} \frac{2\overline{BH}}{\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

da cui

$$\overline{KE} = \overline{HE} - \overline{HK} = \overline{BB'} - \overline{HK} = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Essendo  $\frac{\sqrt{3}}{2} < 0,9$  in quanto  $\sqrt{3} < 2 \times 0,9 = 1,8$ , la **bandiera lambisce il parapetto**.



### 10. Saldi a go go

A) La risposta esatta è: 70,00 €

Indicato con  $x$  il prezzo di listino, deve aversi  $(x \times 0,70) \times 0,80 = 39,20$  da cui  $x = 70,00$

B) La risposta esatta è:  $p_s = 0,56 \times p$

Prezzo listino	Prezzo scontato sconto 30%	Prezzo ulteriormente scontato sconto 20%
$p$	$0,7 p$	$0,8 (0,7 p) = 0,56 p$

**Si osservi che non equivale allo sconto del 50%**