

Premio Città di Terni

(sedicesima edizione)

GARA DEL BIENNIO

Terni, 23 aprile 2008

Istruzioni

- 1) La prova consiste di undici quesiti. I primi cinque quesiti sono del tipo a risposta multipla; ciascuno di essi è seguito da 5 risposte indicate con le lettere A,B,C,D,E: una sola di queste risposte è giusta. Per ciascun quesito, la lettera corrispondente alla risposta esatta va riportata in questa pagina nella relativa finestrella della griglia sottostante. Ogni risposta giusta di questi primi cinque quesiti vale 5 punti, ogni risposta errata vale 0 punti, ogni risposta omessa vale un punto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia di risposta.
- 2) I quesiti dal n° 6 al n° 11 richiedono invece lo svolgimento, l'indicazione dei passaggi necessari per giungere ai risultati, e delle relative giustificazioni. Ciascuno di questi quesiti sarà valutato **con un punteggio da 0 a 10**. Ti invitiamo a formulare la soluzione brevemente ma in modo chiaro, usufruendo dello spazio riservato (anche delle pagine bianche dietro i testi) e consegnando solo i fogli di questo fascicoletto.
- 3) Quando ti si dà il via, comincia a lavorare. E' ammesso l'uso della calcolatrice tascabile. Hai due ore di tempo. BUON LAVORO!

Parte riservata alla Commissione

BUSTA N° _____	
Quesiti 1-5: n° risp. esatte _____x5	
N° esercizi senza risposta _____x1	
Valutazione quesito n. 6 (max 10 punti)	
Valutazione quesito n. 7 (max 10 punti)	
Valutazione quesito n. 8 (max 10 punti)	
Valutazione quesito n. 9 (max 10 punti)	
Valutazione quesito n. 10 (max 10 punti)	
Valutazione quesito n. 11 (max 10 punti)	
TOTALE	

DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA

Risposte alle domande a risposta multipla

1	2	3	4	5

1. Un torneo

Dieci squadre partecipano ad un torneo di calcio (ogni squadra gioca contro tutte le altre una e una sola volta, senza ritorno). Al termine di ogni partita alla squadra vincente vanno 3 punti e alla perdente 0, mentre in caso di pareggio si assegna un punto ad entrambe le squadre. Sommando i punti totalizzati dalle dieci squadre, si ottiene 130. Quanti incontri sono terminati in pareggio?

- A)4 B)5 C) 2 D)70 E) I dati sono sicuramente sbagliati

2. Quattro triangoli in un triangolo

Un triangolo rettangolo è diviso dall'altezza relativa all'ipotenusa in due triangoli uno dei quali ha area pari al triplo dell'altro. Ciascuno dei due triangoli più piccoli, poi, ha la stessa proprietà: è suddiviso, dall'altezza relativa alla rispettiva ipotenusa, in triangoli di cui uno è triplo dell'altro. Qual è il rapporto tra l'area del triangolo più piccolo e quella del triangolo di partenza?

- A) 1/16 B) 1/6 C) 1/3 D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ E) 1/9

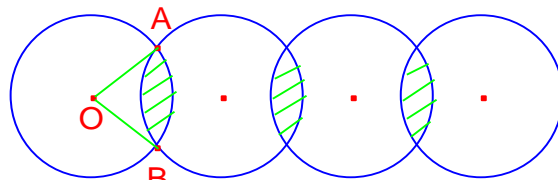
3. Il naufrago

Un povero naufrago arriva in un'isola dove tutti gli abitanti hanno l'abitudine di dire la verità i giorni dispari (lunedì, mercoledì, venerdì, domenica), mentre gli altri giorni dicono il falso. Alla domanda "Che giorno è oggi?" egli riceve la risposta: "Giovedì", ma quando chiede "Che giorno è stato ieri?" gli viene risposto "Lunedì". Che giorno della settimana è oggi?

- A) Martedì B) Mercoledì C) Giovedì D) Sabato
E) Nessuna precedente risposta è corretta

4. Cerchi...automobilistici

Il logo di una nota casa automobilistica (Audi) è quello raffigurato a lato. Sapendo che l'area totale delle tre zone a tratteggio obliquo è pari a $6(\pi - 2) \text{ cm}^2$, e che $\widehat{AOB} = 90^\circ$, qual è il raggio di ciascun cerchio?



- A) 4cm B) 2cm C) 6cm D) 3cm E) Nessuna delle precedenti risposte

5. Le carte a doppia faccia

Il mago Alex ha quattro carte a due facce (al posto del retro di ogni carta, ce ne è raffigurata un'altra), disposte sul tavolo: si vedono un 3 di quadri, un fante di fiori, un re di cuori, un 5 di picche. Egli afferma che, se una carta è rossa da una parte (le carte rosse sono quelle di quadri e quelle di cuori), allora nell'altra parte contiene sicuramente una figura (fante, o donna, o re). Per controllare se il mago dice il vero, sarà sicuramente sufficiente rovesciare le carte (numero minore possibile di carte)...

- A) 1^a e 3^a B) 2^a e 4^a C) 1^a, 2^a, e 3^a D) 1^a, 3^a, e 4^a E) 2^a, 3^a, e 4^a

QUESITI CON RICHIESTA DI PROCEDIMENTO E GIUSTIFICAZIONE DELLE RISPOSTE

6. Ancora sul triangolo diviso in quattro triangoli

Torniamo al problema 2 (Quattro triangoli in un triangolo): sai trovare qual è il rapporto tra cateto maggiore ed ipotenusa del triangolo di partenza? (*mostrare eventuali passaggi e giustificare le affermazioni*)

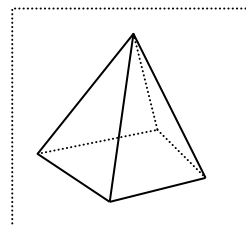
7. Congresso Internazionale di Matematica

Ad un congresso internazionale arrivano 2008 uomini, delegati di vari Paesi, ciascuno dei quali parla più lingue. Si sa che, comunque si incontrino tre congressisti, essi sono in grado di dialogare, eventualmente con uno dei tre che fa da interprete agli altri due. Dimostrare che è possibile sistemare tutti i delegati in camere a due posti in modo che le persone che alloggiano insieme possano parlarsi (e capirsi, ovviamente). *(spiegare il procedimento e giustificare ogni affermazione)*

8. La piramidina

In una piramide a base quadrata, in prossimità di ognuno dei cinque vertici, si trova una piccola nicchia, ciascuna delle quali è contrassegnata da un numero. Mario ha sette chicchi di riso e sfida un amico a disporli nelle nicchie in modo che, scegliendo una qualsiasi faccia laterale, la somma dei chicchi relativi ai tre vertici di quella faccia sia sempre la stessa, ed in modo che in ogni nicchia ci sia almeno un chicco.

Sapresti trovare un esempio di risposta da suggerire all'amico?
Quali sono le possibili risposte? *(giustificare le affermazioni)*



9. Le paghette congrue

La famiglia Bianchi è costituita da padre, madre, e tre figli: Marco, Elisa, Francesco, rispettivamente di età: 11 anni e 4 mesi; 15 anni e 1 mese; 18 anni e 5 mesi. I genitori desiderano distribuire a ciascun figlio una paghetta settimanale direttamente proporzionale alle età di ognuno. La somma totale messa a disposizione settimanalmente è di 100.00 euro. Trovare la somma spettante a ciascun figlio. *(spiegare il procedimento e mostrare i passaggi)*

Marco	Elisa	Francesco

10. Lo sapevate che siamo in un anno...cubico-primo?

Osserviamo che $2008=23 \cdot 251$, e 251 è numero primo. Allora possiamo chiamare il 2008 un "anno cubico-primo", e analogamente chiameremo anno cubico-primo ogni anno che può essere scomposto come un numero cubo per un numero primo. Quale sarà il prossimo anno cubico-primo? *(giustificare le affermazioni)*

11. Una costruzione ripetuta

Un segmento di lunghezza unitaria (F_0) viene diviso in tre parti, e la parte centrale viene sostituita da due lati obliqui uguali alla parte tolta (F_1). Successivamente su ogni segmento della F_1 si ripete la stessa operazione, ottenendo la F_2 . Immagina di costruire la spezzata F_3 e determina il numero di lati della linea spezzata ottenuta e la sua lunghezza. Ripetere il calcolo anche per la F_4 . (*spiegare il procedimento e mostrare eventuali passaggi*)

