

PREMIO CITTA' DI TERNI

(diciottesima edizione)

GARA DEL TRIENNIO

Terni 19 aprile 2010

Istruzioni

- 1) Non sfogliare questo fascicoletto finché non ti si dice di farlo.
- 2) La prova consiste di dieci quesiti e/o problemi. I primi due quesiti sono del tipo a risposta multipla; ciascuno di essi è seguito da 5 risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E: una sola di queste risposte è giusta. Per ciascun quesito, la lettera corrispondente alla risposta esatta va riportata in questa pagina nella relativa finestrella della griglia sottostante. Ogni risposta giusta a questi primi due quesiti vale 5 punti, ogni risposta errata vale 0 punti, ogni risposta omessa vale 1 punto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia di risposta.
- 3) I quesiti n° 3, 4 e 5 hanno come risposta un numero, da indicare in questa pagina nelle caselle apposite (**8 punti** se è data la risposta esatta; **1 punto** se non viene data risposta)
- 4) I quesiti n° 6, 7, 8, 9 e 10 invece richiedono l'indicazione dei passaggi necessari per giungere ai risultati, e delle relative giustificazioni. Ciascuno di essi sarà valutato **con un punteggio da 0 a 10**. Ti invitiamo a formulare la soluzione in modo chiaro e conciso, usufruendo dello spazio riservato e consegnando solo i fogli di questo fascicoletto.
- 5) Quando ti si dà il via, comincia a lavorare. E' ammesso l'uso della calcolatrice tascabile. Hai due ore di tempo. BUON LAVORO!

La prova è svolta in forma anonima e consegnata in busta chiusa insieme ad un'altra busta, anch'essa chiusa, contenente le generalità del concorrente.

Risposte ai primi cinque quesiti

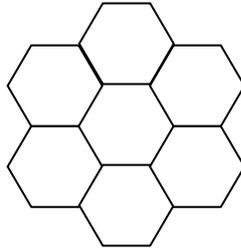
1	2	3	4	5

Parte riservata alla commissione

Quesiti 1-2: n° risp. esatte ____x5	
Quesiti 3-4-5: n° risp. esatte ____x8	
N° esercizi senza risposta ____x1	
Valutazione esercizio n. 6 (max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 7 (max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 8 (max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 9 (max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 10 (max 10 punti)	
PUNTEGGIO TOTALE	

1. La casa delle api

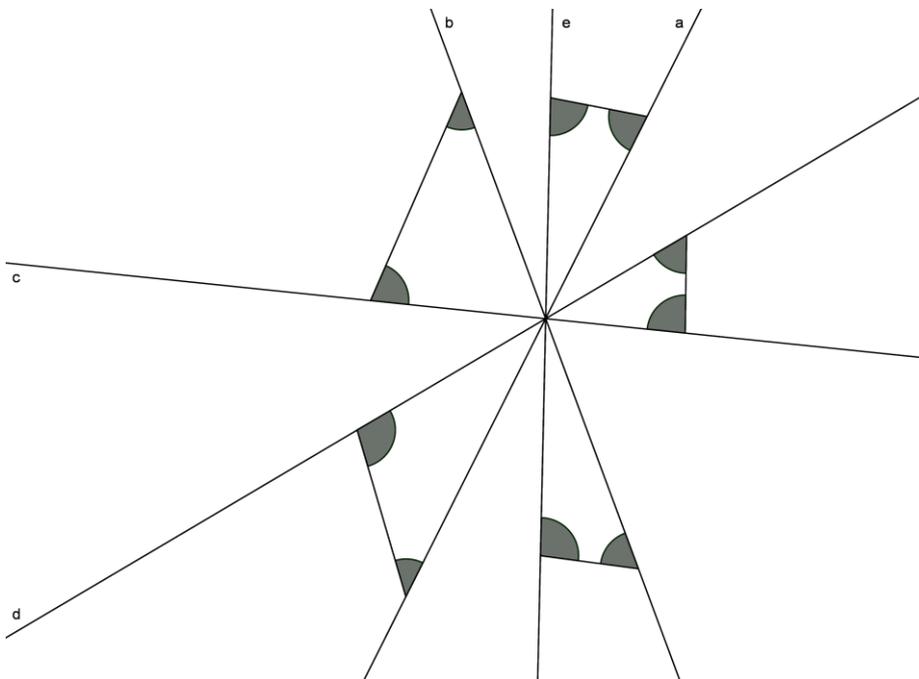
La casa delle api è formata da celle esagonali (regolari). Supponiamo che il lato di ciascun esagono sia di 2 mm. Consideriamo sette celle esagonali regolari a forma di “corolla” come in figura; qual è la massima distanza tra due punti della “corolla”?



- A) 10 mm B) 12 mm C) $(4\sqrt{7})$ mm
D) $(10+2\sqrt{3})$ mm E) una misura diversa dalle precedenti

2. La girandola

Nella seguente figura a, b, c, d, e sono rette incidenti in uno stesso punto. Quanto vale la somma di tutti gli angoli evidenziati?



- A) 900° B) 720° C) 810° D) 540° E) non si può determinare

3. La catena di triangoli rettangoli

Luigino disegna un triangolo rettangolo con un cateto lungo k volte l'altro cateto (k intero). Costruisce poi un altro triangolo rettangolo simile al primo (cioè con angoli ordinatamente uguali e stesso rapporto tra i lati), ma avente il cateto minore coincidente con l'ipotenusa del triangolo precedente. Ripete il procedimento, disegnando nuovi triangoli rettangoli seguendo lo stesso criterio: ogni volta, il cateto minore del nuovo triangolo coincide con l'ipotenusa del triangolo precedente, ed il nuovo triangolo è simile al precedente. Se l'ultimo triangolo che Luigino ha disegnato ha ipotenusa 4 volte l'ipotenusa del primo triangolo, quanti sono in tutto i triangoli disegnati?

(scrivere la risposta nell'apposito spazio in 1^a pagina)

(8 punti)

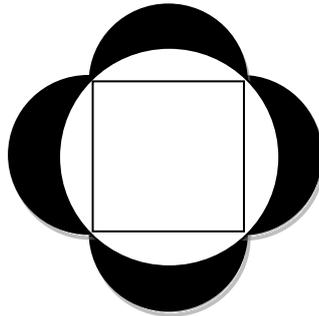
4. L'area delle lunule

In un cerchio di raggio 1 è inscritto un quadrato. Su ciascun lato del quadrato è costruita una semicirconferenza.

Determina la misura dell'area della parte colorata in nero nella figura seguente:

(scrivere la risposta nell'apposito spazio in 1^a pagina)

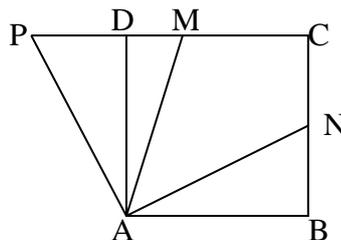
(8 punti)



5. Caccia all'angolo

Nella seguente figura ABCD è un quadrato di lato 6. $DM = 2$; $BN = 3$; $PD = 3$. Le misure sono tutte riferite alla stessa unità di misura.

Quanto vale l'ampiezza dell'angolo NAM?



(scrivere la risposta nell'apposito spazio in 1^a pagina)

(8 punti)

6. La somma nascosta

Nelle addizioni riportate, ciascuna delle lettere rappresenta una cifra diversa, ed EA è un numero di due cifre.

Se $A+B = C$ e $C + D = EA$ qual è il valore di $B + D$?

(Giustificare la risposta)

(max 10 punti)

7. Trova l'errore

Siano a e b due numeri diversi tra loro e sia c la loro media aritmetica si avrà:

$$a + b = 2c$$

1) \Downarrow

$$(a + b)(a - b) = 2c(a - b)$$

2) \Downarrow

$$(a^2 - b^2) = 2ac - 2bc$$

3) \Downarrow

$$a^2 - 2ac = b^2 - 2bc$$

4) \Downarrow

$$a^2 - 2ac + c^2 = b^2 - 2bc + c^2$$

5) \Downarrow

$$(a - c)^2 = (b - c)^2$$

6) \Downarrow

$$a - c = b - c$$

7) \Downarrow

$$a = b$$

Individua il o i passaggi sbagliati nella dimostrazione precedente
(Giustificare la risposta)

(max 10 punti)

8. Il furbo e l'avarò

Un mendicante domandò ospitalità ad un avaro che non volle accordargliela gratuitamente.

Il mendicante gli fece allora questa proposta: vi pagherò 1€ il primo giorno, 2€ il secondo giorno, 3€ il terzo giorno e così di seguito.

Voi mi darete invece un millesimo di centesimo il primo giorno, due millesimi di centesimo il secondo giorno, quattro millesimi di centesimo il terzo giorno, otto millesimi di centesimo il quarto giorno e così di seguito.

L'avarò trovò la proposta originale e la giudicò conveniente, ma volle limitare l'ospitalità a 30 giorni, tanto per non aver sorprese. Chi ci guadagnò?

(Giustificare la risposta)

(max 10 punti)

9. Problema di Eulero

Un padre lascia alla sua morte parecchi figli che dividono la sua proprietà nel modo seguente:

il primo riceve cento corone e la decima parte del rimanente;

il secondo riceve 200 corone e la decima parte del rimanente;

il terzo riceve 300 corone e la decima parte del rimanente;

il quarto riceve 400 corone e la decima parte del rimanente;

e così via.

Alla fine risulta che la proprietà è stata divisa ugualmente fra tutti i figli. Si chiede a quanto essa ammontasse, quanti figli vi fossero e quanto ebbe ciascuno.

(Giustificare la risposta)

(max 10 punti)

10. Regali di Natale

Alla vigilia di Natale, tre coppie sposate, i Bruni, i Gigli, i Bianchi hanno comperato dei piccoli regali per i ragazzi del vicinato. Ciascuno dei sei coniugi ha comperato tanti regali uguali, quanti centesimi ha pagato per ogni regalo. Ogni moglie ha speso 75 centesimi più del proprio marito. Anna ha comperato un regalo di più di Aldo Bruni, Elisabetta uno di meno di Carlo Gigli. Qual è il cognome di Maria?

(Giustificare la risposta)

(max 10 punti)