

# PREMIO CITTA' DI TERNI

(ventesima edizione)

GARA DEL TRIENNIO

Terni 20 aprile 2012

## Istruzioni

- 1) Non sfogliare questo fascicoletto finché non ti si dice di farlo.
- 2) La prova consiste di dieci quesiti e/o problemi. I primi quattro quesiti sono del tipo a risposta multipla; ciascuno di essi è seguito da 5 risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E: una sola di queste risposte è giusta. Per ciascun quesito, la lettera corrispondente alla risposta esatta va riportata in questa pagina nella relativa finestrella della griglia sottostante. Ogni risposta giusta a questi primi quattro quesiti vale 5 punti, ogni risposta errata vale 0 punti, ogni risposta omessa vale 1 punto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia di risposta.
- 3) I quesiti n° 5, 6, 7, 8, 9 e 10 invece richiedono l'indicazione dei passaggi necessari per giungere ai risultati, e delle relative giustificazioni. Ciascuno di essi sarà valutato **con un punteggio da 0 a 10**. Ti invitiamo a formulare la soluzione in modo chiaro e conciso, usufruendo dello spazio riservato e consegnando solo i fogli di questo fascicoletto.
- 4) Quando ti si dà il via, comincia a lavorare. E' ammesso l'uso della calcolatrice tascabile. Hai due ore di tempo. BUON LAVORO!

**La prova è svolta in forma anonima e consegnata in busta chiusa insieme ad un'altra busta, anch'essa chiusa, contenente le generalità del concorrente.**

Risposte ai primi quattro quesiti

1	2	3	4

## Parte riservata alla commissione

Quesiti 1-2-3-4: n° risp. esatte ____x5	
N° esercizi senza risposta ____x1	
Valutazione esercizio n. 5 (max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 6 (max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 7 (max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 8 (max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 9 (max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 10 (max 10 punti)	
PUNTEGGIO TOTALE	

### 1. I due numeri

Due numeri (non necessariamente interi) sommati danno un numero  $a$ , ma moltiplicati danno 1. Quanti sono i valori INTERI RELATIVI di  $a$  per i quali questo problema NON HA soluzioni?

- A) nessuno                      B) uno                      C) due                      D) tre                      E) nessuno dei precedenti

### 2. Il giardinetto

I lati di un piccolo giardino triangolare misurano 3m, 4m, 6m. Il proprietario vuole collocare internamente al giardino un lampione in modo da illuminarlo totalmente, compresi i vertici che devono essere tra loro ugualmente illuminati. Qual è la posizione conveniente?

- A) a metà del primo lato                      B) a metà del secondo lato                      C) a metà del terzo lato  
D) nel punto alla stessa distanza dalle tre pareti                      E) Non è possibile

### 3. Il costo della maionese

A causa di un aumento del costo degli ingredienti, il prezzo della maionese aumenta del 20%. Così, per mantenere invariato il prezzo di vendita di un barattolo, il suo contenuto viene ridotto di 50ml. Quanti ne conteneva prima?

- A) 150ml                      B) 200ml                      C) 250ml                      D) 300ml  
E) nessuna delle precedenti risposte

### 4. L'escursione

Un escursionista esce alle 12 per andare da casa sua alla cima di una collina. Parte del percorso è pianeggiante, parte in salita. Dopo essere giunto in cima, ritorna indietro, giungendo a casa alle 6 del pomeriggio. Considerando che ha camminato a 4 km/h in pianura, a 3 km/h in salita e a 6 km/h in discesa, quale distanza ha percorso l'escursionista?

- A) 12 km                      B) 18 km                      C) 24 km                      D) 36 km  
E) i dati sono insufficienti per risolvere il quesito

## 5. L'equazione

Si consideri l'equazione  $(x^2 + 2x)^{(x-1)} = 1$  con  $x \in \mathbb{R}$ . Quante e quali sono le sue soluzioni reali?  
(Giustificare la risposta) (max 10 punti)

## 6. La sfortuna al casinò

Puntare sul nero nel gioco della Roulette vuol dire scommettere che esca un numero nero; se il numero che esce non è nero, si perde la somma che è stata scommessa, se invece esce quello che è stato previsto, si riceve la stessa somma. Puntare al raddoppio sul nero significa scommettere una prima volta una somma  $x$  che esca nero; se si vince, si smette, mentre se si perde, si rinnova la stessa scommessa sul nero ma con una somma pari al doppio della precedente. Così proseguendo, sempre con lo stesso criterio, si continua a puntare una somma sempre più grande (ogni volta, il doppio della precedente) finché non si vince. Il problema è quando la vincita ritarda: per esempio nel 1952 a Las Vegas uscì il rosso per 32 volte di seguito.

a) Se una persona avesse puntato 1 \$ iniziale sul nero, e poi avesse proseguito al raddoppio sul nero tutte e 32 le volte, se non si fosse fermato prima per esaurimento denaro a disposizione, quanto avrebbe perso in tutto alla fine della 32° puntata?

b) Se avesse scommesso ancora la 33° volta sul nero (sempre raddoppiando la posta precedente) finalmente vincendo, quanto avrebbe vinto quella puntata? E quale sarebbe stata la vincita totale al netto delle perdite?

c) Sai dimostrare in generale qual è la vincita netta, giocando al raddoppio per  $n$  volte, nel caso in cui si riesca a vincere per la prima volta all' $n$ -esima puntata, sempre supponendo di non aver finito prima tutti i soldi a disposizione?

*(Giustificare la risposta)*

*(max 10 punti)*

## 7. Amici a quattro zampe

In un paesino di montagna risiedono 333 famiglie. Ogni famiglia possiede almeno un amico a quattro zampe, ma nessuna ne possiede in numero superiore a tre. Il numero di famiglie che vivono con ben tre compagni a quattro zampe è identico a quello delle famiglie che ne possiedono solo uno. Invece i nuclei familiari con due sono nove volte più numerosi di quelli che ne hanno tre. Quanti amici a quattro zampe ci sono in questo paesino?

*(Giustificare la risposta)*

*(max 10 punti)*

## 8. L'andirivieni della mosca

Due treni partono contemporaneamente dai due estremi opposti A e B di una stessa linea ferroviaria.

La lunghezza della linea ferroviaria, cioè la distanza tra A e B è di 100 km e i treni viaggiano entrambi alla velocità costante di 50 km/h.

Alla partenza, una mosca, che si trova in testa su uno dei due treni si dirige verso l'altro a 75 km/h, una volta raggiunto, inverte il verso, dirigendosi di nuovo verso l'altro treno e così via fino a quando i due treni si incontrano. Qual è la distanza percorsa dalla mosca nel suo andirivieni tra i due treni?

*(Giustificare la risposta)*

*(max 10 punti)*

## 9. L'età nascosta

Valentina, come tutte le donne, è stata sempre restia a dichiarare la propria età, ma le insistenze della sua amica Francesca, che frequenta ormai da qualche anno, si sono fatte davvero pressanti. Valentina non vuole essere scortese con la sua amica ma, nello stesso tempo, non vuol cedere tanto facilmente. Pertanto escogita il seguente indovinello: “tutto ciò che ti serve sapere per conoscere la mia età è che cinque anni fa avevo cinque volte l'età della mia sorella più giovane, che aveva un quarto dell'età del nostro unico fratello, il quale fra cinque anni avrà il doppio dell'età della nostra sorella più giovane”, sperando così di mantenere il segreto, visto che la sua amica non è poi così forte in matematica.

*(Giustificare la risposta)*

*(max 10 punti)*

## 10. La palla di gomma

Una palla di gomma rimbalza ogni volta fino ad una altezza pari alla metà esatta di quella da cui cade.

Facendo cadere la palla da una altezza di 5 metri, quanti metri percorrerà prima di fermarsi?

*(Giustificare la risposta)*

*(max 10 punti)*