

Premio Città di Terni

(venticinquesima edizione)

Terni 06 aprile 2017

GARA DEL TRIENNIO

Istruzioni

- 1) Non sfogliare questo fascicoletto finché non ti si dice di farlo. Consegnare il cellulare. E' consentito l'uso della calcolatrice.
- 2) La prova consiste di dieci quesiti e/o problemi. Per i primi quattro quesiti il risultato va riportato in questa pagina nella relativa casella della griglia sottostante. Ogni risposta giusta a questi primi quattro quesiti vale 5 punti, ogni risposta errata vale 0 punti, ogni risposta omessa vale 1 punto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia di risposta.
- 3) I quesiti n° 5, 6, 7, 8, 9 e 10 invece richiedono l'indicazione dei passaggi necessari per giungere ai risultati, e delle relative giustificazioni. Ciascuno di essi sarà valutato **con un punteggio da 0 a 10**. Ti invitiamo a formulare la soluzione in modo chiaro e conciso, usufruendo dello spazio riservato e consegnando solo i fogli di questo fascicoletto.
- 4) Quando ti si dà il via, comincia a lavorare. Hai due ore di tempo. BUON LAVORO!

La prova è svolta in forma anonima e consegnata in busta chiusa insieme ad un'altra busta, anch'essa chiusa, contenente le generalità del concorrente.

Risposte ai primi quattro quesiti

1	2	3	4

Parte riservata alla commissione

Quesiti 1-2-3-4: n° risp. esatte _____x5	
N° esercizi senza risposta_____x1	
Valutazione esercizio n. 5 (max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 6 (max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 7 (max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 8 (max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 9 (max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 10 (max 10 punti)	
PUNTEGGIO TOTALE	

Quesiti a risposta chiusa

1. Il viaggiatore in anticipo

Un viaggiatore ha l'abitudine di arrivare alla sua stazione di periferia esattamente alle cinque. La moglie va sempre a prenderlo al treno e lo riaccompagna a casa. Un giorno egli prende un treno precedente ed arriva alle quattro. Il tempo è bello e perciò invece di telefonare a casa, decide di fare una passeggiata lungo la strada percorsa dalla moglie. Quando si incontrano egli sale in macchina ed arriva a casa 10 minuti prima del solito. Supponendo che la moglie guidi sempre a velocità costante e che sia partita giusto in tempo per arrivare al treno delle cinque, potete determinare per quanto tempo ha camminato il marito prima di essere incontrato?

(scrivere la risposta nell'apposito spazio in 1^a pagina)

(5 punti)

2. I tennisti

Un gruppo di cinque tennisti gioca 5 incontri di doppio. Ognuno di loro arbitra una partita e gioca le altre 4. Sapendo che la somma delle età dei giocatori di ciascun incontro è rispettivamente 124, 128, 130, 136, 142 anni, quanti anni ha il giocatore più giovane?

(scrivere la risposta nell'apposito spazio in 1^a pagina)

(5 punti)

3. Le sfere

Su un piano sono appoggiate tre sfere di raggio 1 a due a due tangenti tra loro. Una quarta sfera, sempre di raggio 1 è appoggiata sopra di esse nel mezzo. Quanto è alta la costruzione?

(scrivere la risposta nell'apposito spazio in 1^a pagina)

(5 punti)

4. Festa da ballo

42 persone (uomini e donne) prendono parte a una festa da ballo. Nel corso della serata:

una donna balla con 7 uomini

una seconda donna balla con 8 uomini

una terza con 9 uomini

... e così via, fino all'ultima donna che ha ballato con tutti gli uomini presenti.

Quante donne c'erano alla festa?

(scrivere la risposta nell'apposito spazio in 1^a pagina)

(5 punti)

Quesiti a risposta aperta

5. Tre naturali in fila

Sappiamo che $3^2 + 4^2 = 5^2$ ovvero esistono due numeri naturali consecutivi la cui somma dei quadrati è uguale al quadrato del numero successivo. Dimostrare che NON esistono due numeri naturali consecutivi la cui somma dei cubi è uguale al cubo del numero successivo.

(max 10 punti)

6. Le diagonali

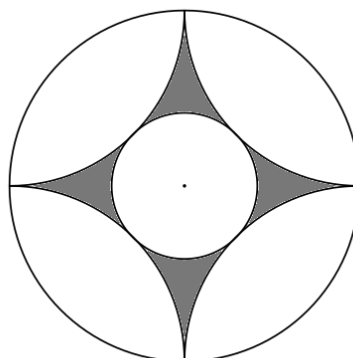
In un parallelepipedo retto la cui base è un parallelogramma, i lati di base misurano a e b e formano un angolo di 60° . La diagonale di base di lunghezza maggiore è uguale alla più piccola diagonale del parallelepipedo. Trovare le lunghezze di tutte le diagonali del parallelepipedo.

(Giustificare le risposte)

(max 10 punti)

7. Cerchi sovrapposti

Calcolare l'area della figura colorata sapendo che la circonferenza esterna e i quattro archi all'interno hanno raggio R

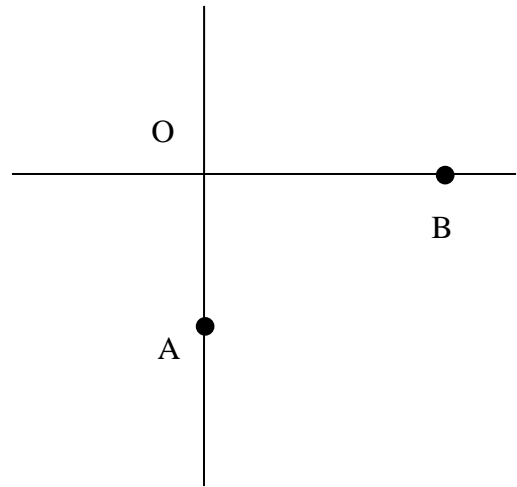


(Giustificare la risposta)

(max 10 punti)

8. I due treni

Due linee ferroviarie si incrociano ad angolo retto. Un treno parte dalla stazione A situata a 40 km dall'incrocio O e procede con una velocità di 48 km/h; un secondo treno parte dalla stazione B situata a 50 km dall'incrocio e procede con una velocità di 36 km/h. Se i due treni partono contemporaneamente dalle rispettive stazioni, dopo quanto tempo si troveranno alla minima distanza tra loro? E quale sarà questa distanza?



(Giustificare le risposte)

(max 10 punti)

9. Il problema di Matteo

Matteo ha scoperto che se al prodotto di $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$ aggiunge 1 ottiene 25 che è il quadrato di 5 e anche che se al prodotto di $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ aggiunge 1 ottiene 121 che è il quadrato di 11. Si chiede se questa proprietà vale in generale ovvero se al prodotto di quattro numeri naturali consecutivi si aggiunge 1 si ottiene un quadrato perfetto. Sai dimostrare la fondatezza o meno dell'ipotesi di Matteo ovvero se l'ipotesi di Matteo è valida per tutti i numeri naturali?

(max 10 punti)

10. Bisettrici/Altezze

Data una circonferenza sia ABC un triangolo in essa iscritto. Se A' , B' , C' sono le intersezioni delle bisettrici uscenti rispettivamente da A , B , C con la circonferenza, si consideri il triangolo $A'B'C'$. Dimostrare che le bisettrici di ABC coincidono con le altezze di $A'B'C'$

(max 10 punti)