

## Soluzioni biennio 2020

### 1. IL COMPLEANNO

Soluzione [5 040]

Luca, una volta seduto, alla sua destra può avere accanto uno qualsiasi dei sette amici; l'amico successivo (di Luca) può avere accanto a destra uno qualsiasi dei sei amici; analogamente quello successivo può avere accanto uno dei cinque amici e così via fino al penultimo che può avere accanto soltanto l'unico amico rimasto.

Pertanto tutti i modi possibili sono  $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5\,040$

### 2. LAMENTELE

Soluzione [22]

Il numero degli elementi di  $A \cup R$  è  $40 - 5 = 35$ , ma il numero degli elementi di A più il numero degli elementi di R è 57, quindi il numero degli elementi di  $A \cap R$  è  $57 - 35 = 22$

### 3. EUROCHOCOLATE

Soluzione [20%]

**Primo svolgimento.** Spesa per l'acquisto di 5 tavolette (senza sconto) =  $p \times 5 = 5p$  €.

Spesa per l'acquisto di 4 tavolette + 1 omaggio =  $p \times 4 = 4p$  €.

	Prezzo pieno (€)	Prezzo scontato (€)
Spesa	$5p$	$4p$
Spesa %	100	$x$

Dalla tabellina si deduce:  $5p : 4p = 100 : x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{4p}{5p} \cdot 100 = 80\%$

Pertanto lo sconto percentuale è pari 20%.

**Secondo svolgimento.** Sconto = 1 tavoletta su 5 Sconto % =  $\frac{1}{5} \cdot 100 = 20\%$

#### 4. CINA REGINA

##### Soluzione

	Italia	Lombardia	Toscana
<b>Flusso migratorio (popolazione cinese /superficie) persone / km<sup>2</sup></b>	1,056 1	2,997 3	2,913 3
<b>Densità percentuale della popolazione cinese</b>	0,48 %	0,71 %	1,76 %

Svolgimento. Dal testo si evince che i cinesi in Italia sono 319.000, di cui il 22,4% risiede in Lombardia, il 21% in Toscana. Possiamo quindi facilmente calcolare la popolazione cinese in Lombardia e Toscana:

- popolazione Lombardia  $\frac{22,4}{100} \cdot 319.000 = 71.456$

- popolazione Toscana  $\frac{21}{100} \cdot 319.000 \cong 66.990$

Popolazione cinese in Italia		
Totale	Lombardia	Toscana
319.000	71.456	66.990

Sulla base di questi dati e di quelli della tabella, possiamo valutare:

- flusso migratorio Italia  $\frac{\text{popolazione cinese}}{\text{superficie}} = \frac{319.000}{302.000} \cong 1,056 \cong 1 \text{ persona / km}^2$

- flusso migratorio Lombardia  $\frac{\text{popolazione cinese}}{\text{superficie}} = \frac{71.456}{24.000} \cong 2,977 \cong 3 \text{ persone / km}^2$

- flusso migratorio Toscana  $\frac{\text{popolazione cinese}}{\text{superficie}} = \frac{66.990}{23.000} \cong 2,913 \cong 3 \text{ persone / km}^2$

Per ottenere la densità % della popolazione cinese, adottiamo la proporzione

$$\text{popolazione cinese} : \text{popolazione totale} = x : 100 \Rightarrow x = \frac{\text{popolazione cinese}}{\text{popolazione totale}} \cdot 100$$

da cui

- densità % popolazione cinese Italia  $x = \frac{319.000}{66.660.000} \cdot 100 \cong 0,48\%$

- densità % popolazione cinese Lombardia  $x = \frac{71.456}{10.000.000} \cdot 100 \cong 0,71\%$

- densità % popolazione cinese Toscana  $x = \frac{66.990}{3.800.000} \cdot 100 \cong 1,76\%$

COMMENTO: dai dati si evince che il maggior flusso migratorio è quello verso la Lombardia, che è oltre il triplo della media nazionale, mentre la densità maggiore è in Toscana, oltre il triplo della media nazionale.

Osserviamo che le due Regioni hanno una superficie confrontabile, ma una densità di popolazione molto diversa.

## 5. UN RETTANGOLO DI QUADRATI

Soluzione [a)  $3x - 1, 3x + 1$ ; b) 7 cm]

Detto  $x$  il lato dei due quadrati più piccoli, il lato del quadrato loro adiacente è  $x + 1$ , mentre quello del quadrato in alto a destra è  $x + 2$  e il lato del quadrato più grande è  $2x - 1$ . Il lato verticale del rettangolo misura quindi  $x + 2x - 1 = 3x - 1$ , mentre quello orizzontale è  $x + x + x + 1 = 3x + 1$ . Dall'uguaglianza  $2x - 1 = x + 2 + 1$  valida per il lato del quadrato maggiore, si ricava  $x = 4$  cm, quindi  $2x - 1 = 7$  cm.

## 6. LE QUATTRO LOCALITÀ

Soluzione [2; 3]

Sia  $x$  il numero delle strade tra le località Poggio e Rocca e sia  $y$  il numero delle strade tra Salto e Quadrello. Allora ci sono  $4x$  modi per andare da Poggio a Quadrello passando per Rocca e ci sono  $3y$  modi per andare sempre da Poggio a Quadrello passando per Salto. Pertanto  $4x + 3y = 17$  ovvero  $y = (17 - 4x)/3$  e l'unica soluzione è  $x = 2$  ed  $y = 3$

## 7. MATTIA E LA CALCOLATRICE

Soluzione

Se  $n$  è pari allora  $n = 2k$  e  $(2k)^2 = 4k^2$  è divisibile per 4.

Se  $n$  è dispari allora  $n = 2k + 1$  e  $(2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k + 1) + 1$  che diviso per 4 diventa

$k(k + 1) + \frac{1}{4}$  (cioè un numero decimale che termina con 25 centesimi)

## 8. LA CORONA CIRCOLARE

Soluzione [a)  $9\pi$ ; b)  $\pi \cdot \ell^2$ ]

Siano  $r = OM$  ed  $R = OA = OB$  i raggi delle due circonferenze.

a)  $r = 4$  cm, dato che  $AM = MB = 3$  cm, il raggio  $R$  della seconda circonferenza è 5 cm per il teorema di Pitagora e l'area della corona circolare è pertanto  $\pi \cdot 5^2 - \pi \cdot 4^2 = 9\pi$

b) In generale, l'area della corona è  $\pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \ell^2$ , dato che per il teorema di Pitagora si ha  $R^2 - r^2 = \ell^2$ .

## 9. I SETTE AMICI

Soluzione [6 000 euro]

Sia  $x$  il costo della casetta in euro. Allora  $\frac{x}{7} = \frac{x}{4} - 4500$  così  $4x = 7x - 126\,000$  ed  $x = 42\,000$

Pertanto la quota individuale è uguale a 6 000 euro.

## 10. BILIARDO ALL'AMERICANA

Soluzione [a) 98,4 cm; b) 86,6 cm]

a) TRIANGOLO: la lunghezza di ogni lato è pari a diametro  $\cdot 4 +$  diametro  $\cdot \sqrt{3} = 327,9$  mm, quindi il perimetro è di 98,4 cm

b) ANGOLI SMUSSATI: la lunghezza complessiva è pari a diametro  $\cdot 12 +$  diametro  $\cdot \pi = 86,6$  cm, perché la lunghezza dei tre profili degli angoli smussati è pari alla circonferenza di una palla da biliardo.