

Premio Città di Terni

(ventitreesima edizione)

Scuola Secondaria di I grado

Terni 20 aprile 2015

1. UN UOMO E LE PECORE

Un uomo vide un gregge di pecore che pascolavano e disse: se avessi:

- tutte queste pecore,
- e poi altrettante,
- e poi la loro metà (rispetto al gregge che vedo),
- e poi di queste ultime ancora la metà,

allora io con esse entrerei nella mia casa e saremmo in tutto cento.

Trova quante sono le pecore che pascolavano.

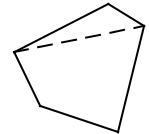
Giustifica la tua risposta.

[R.: $x+x+x/2+x/4+1=100$, quindi $x=36$]

2. IL PENTAGONO E LE DIAGONALI

In questo pentagono è stata disegnata una sola diagonale. Ma quante sono le diagonali di un pentagono? E quante diagonali partono da un vertice?

Giustifica le tue risposte.



[Da un vertice partono 2 diagonali . In tutto le diagonali sono $2 \times 5 / 2 = 5$. Dobbiamo dividere per 2 perché ogni diagonale è stata contata due volte: una volta perché è diagonale che parte dal vertice ad un estremo, un'altra volta perché è anche diagonale relativa all'altro estremo]

3. LA MACCHIA

Trovare qual è il numero nascosto dalla macchia, che rende vera la seguente uguaglianza:

$$1 + \sqrt{36} = 0,5 \times \text{macchia}$$

Giustifica la tua risposta.

[R.: 14]

4. GIOCHIAMO A DADI

Immagina di giocare a lanciare due dadi, ricordando che i casi possibili, in tutto, sono 36. Qual è la probabilità che escano due numeri la cui somma risulti un numero pari?

Giustifica la tua risposta.

[Le coppie di numeri la cui somma è pari sono:

(1, 1), (1, 3), (1, 5),
 (2, 2), (2, 4), (2, 6),
 (3, 1), (3, 3), (3, 5)
 (4, 2), (4, 4), (4, 6)
 (5, 1), (5, 3), (5, 5)
 (6, 2), (6, 4), (6, 6).

In pratica, fissato un qualunque numero per il primo dado, se esso è pari, anche il numero del secondo dado deve essere pari; se il primo è dispari invece, anche il secondo dovrà essere dispari. Quindi per ogni numero dei 6 possibili per il primo dado, si possono comunque abbinare 3 numeri (tutti pari o tutti dispari) per il secondo dado. Gli abbinamenti possibili sono quindi $6 \cdot 3 = 18$. La probabilità è quindi $18/36 = 1/2$

5. UN CANGURO E UNA RANA

Un giorno un canguro e una rana si incontrarono per caso. La rana sfidò il canguro: “Fai una gara a salti con me?”

“D'accordo” rispose il canguro, “ma, poiché uno dei miei salti vale due dei tuoi, io partirò da zero e tu partirai dal numero 10. Partiremo insieme, ma certo io riuscirò ad arrivare a 40 prima di te”.

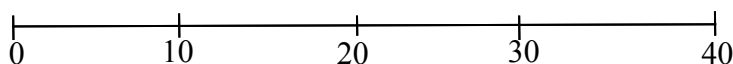
“Non è detto” replicò la rana “comunque sono certa che ci incontreremo sullo stesso numero almeno una volta”.

Un merlo che aveva sentito tutto intervenne: “lo farò da arbitro; ad ogni mio fischio farete contemporaneamente un salto. VIA!”.

Il merlo fece un fischio e i due sfidanti cominciarono la gara. Chi avrà ragione?

Aiutarti con una tabella o con un diagramma, argomentando perché il canguro aveva ragione. Inoltre, determina su quale numero si sono incontrati.

[R.:



Alla partenza, quando il canguro è a 0, la rana è a 10; quando il canguro raggiunge il traguardo (40), la rana avrà percorso la metà del percorso del canguro (perché i suoi salti sono ciascuno la metà dei salti dell'altro); quindi la rana avrà percorso la metà di 40 unità, cioè 20 unità, e quindi si troverà a 30. Quindi il canguro aveva ragione.

L'incontro si avrà quando lo spazio percorso dal canguro sarà pari a quello della rana più 10 unità (che costituiscono il vantaggio iniziale); poiché lo spazio percorso dalla rana è sempre la metà di quello del canguro, si deve trovare il numero x uguale alla sua metà più 10, numero che è il doppio di 10. Quindi a 20 (metà tragitto), il canguro avrà raggiunto la rana.]

6. UN TRAPEZIO ED UN TRIANGOLO

Se le due rette sono parallele, ed inoltre:

$EH = AB$

$HG = CD$,

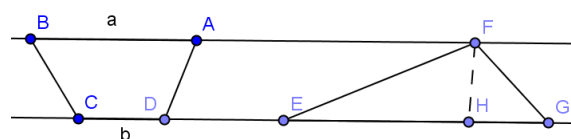
puoi dire che il trapezio ABCD e il triangolo EFG in figura:

A hanno stessa area

B l'area del trapezio è doppia di quella del triangolo

C l'area del triangolo è doppia di quella del trapezio

D non si può dire nulla.



Giustifica la tua risposta.

[risposta A: l'area del trapezio è $(a+b)h/2$, se h è l'altezza, che il trapezio ha in comune con il triangolo. L'area del triangolo EFG è pari alla stessa formula.]

7. UCCELLINI IN GABBIA

Se metto un canarino per gabbia, ho un uccellino di troppo. Se però ne metto due per gabbia, ho una gabbia di troppo. Quante gabbie e quanti uccellini?

[risposta : 3 gabbie, 4 canarini]



8. COGNOMI...COLORATI

Il sig. Verdi, il sig. Bianchi e il sig. Rossi stanno facendo una riunione e indossano cravatte del colore dei loro cognomi, sebbene nessuno abbia la cravatta del colore corrispondente al proprio cognome. Il sig. Verdi chiede all'uomo con la cravatta bianca se gli piace il verde, ma non riesce a sentire risposta. Di che colore è la cravatta del sig. Verdi?

- A cravatta verde
- B cravatta bianca
- C cravatta rossa
- D non si può stabilire il colore della cravatta del sig. Verdi.

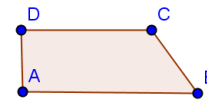
Giustifica la tua risposta.

[Risp. C: Il sig. Verdi ha la cravatta o rossa, o bianca (la verde è esclusa). Poiché si rivolge ad un signore con la cravatta bianca, si deve escludere anche che lui stesso porti la cravatta bianca; quindi la sua cravatta è rossa.]

9. UN TRAPEZIO

Il perimetro di un trapezio rettangolo misura 96 cm. La misura della base maggiore AB è di 20 cm più grande della minore. La differenza tra la base maggiore ed il lato obliquo è 13 cm. La differenza tra la misura del lato obliquo e quella dell'altezza è di 10 cm. Calcola le misure delle due basi, dell'altezza e del lato obliquo.

Giustifica le tue risposte.



[Se h è l'altezza, possiamo scrivere: $DC=AB-20\text{ cm}$
 $AB=CB+13\text{ cm}$
 $CB=h+10\text{ cm}$

Sostituendo nella prima relazione: $DC=(CB+13\text{ cm})-20\text{ cm}=(h+10\text{ cm})+13\text{ cm}-20\text{ cm}=h+3\text{ cm}$

Per la prima informazione del testo del problema, $AB+CB+CD+DA=96\text{ cm}$, quindi:

$(CB+13\text{ cm})+CB+(h+3\text{ cm})+h=96\text{ cm}$, cioè, sostituendo:

$2CB+2h+16\text{ cm}=96\text{ cm}$, e ancora, sostituendo l'espressione trovata per CB, e sottraendo ai due membri 16cm:

$$2(h+10\text{ cm})+2h=80\text{ cm}$$

$$4h+20\text{ cm}=80\text{ cm}$$

$$4h=60\text{ cm}$$

$$h=15\text{ cm}$$

$$\text{Quindi } CB=25\text{ cm,}$$

$$AB=(25+13)\text{ cm}=38\text{ cm,}$$

$$DC=(38-20)\text{ cm}=18\text{ cm,}$$

$$AD=96\text{ cm}-(38+25+18)\text{ cm}=15\text{ cm}]$$

10. TERNE DI NUMERI CONSECUTIVI

Ad ogni terna di numeri consecutivi della prima colonna corrisponde la loro somma nella seconda. E' possibile che la somma di tre numeri consecutivi sia 80? E che sia 2345?

$0+1+2$	3
$1+2+3$	6
$2+3+4$	9
$3+4+5$	12
\dots	\dots
\dots	\dots

Giustifica le tue risposte.

[Poiché i tre numeri sono consecutivi, il numero centrale, moltiplicato per 3, deve dare la somma. Da 80 dovrei trovare la sua terza parte, per risalire al termine centrale. Ma 80 non è divisibile per 3. Quindi non è possibile che la somma di tre numeri consecutivi sia 80.]

Provando direttamente:

$$\begin{array}{l} \dots \\ 24+25+26=75 \\ 25+26+27=78 \\ 26+27+28=81 \\ \dots \end{array}$$

Analogamente 2345 non può essere somma di tre numeri consecutivi perché non è divisibile per 3 (la somma delle cifre non è multiplo di 3)]

11. IL RECUPERO DI UNA PALLA

La palla di Michele si è impigliata su un albero ad un'altezza di 4,30 m. Michele riesce, senza alcuna scala, ad arrivare al massimo ad un'altezza di 1,50 m. Quale deve essere la lunghezza minima di una scala da appoggiare all'albero, sapendo di doverla porre ad una distanza di 2,10 m dalla base dell'albero (2,10 m = distanza piedi della scala-base dell'albero), affinché Michele riesca a riprendere la sua palla?

Giustifica la tua risposta.

[DC sia il profilo della scala appoggiata al tronco dell'albero BA. Se Michele si mette in cima alla scala, e riesce a toccare la palla (punto A), i suoi piedi (punto D) sono ad un'altezza pari a $(4,30 - 1,50)m = 2,80 m$.

$$DC = \sqrt{2,10^2 + 2,80^2} m = 3,5 m$$

La scala dovrà essere lunga 3,5 m]

