

Premio Città di Terni

(ventisettesima edizione)

Terni, 8 febbraio 2019

Scuola Secondaria di I grado (soluzioni)

Istruzioni

La prova è svolta in forma anonima.

Non scrivere il tuo nome su nessuna di queste pagine

La prova è costituita da cinque quesiti a risposta multipla e da cinque problemi, ma **tutte le risposte ai quesiti richiedono adeguata motivazione con la presentazione dello svolgimento e dei passaggi necessari per giungere ai risultati** (utilizzando le sole pagine di questo fascicoletto). E' ammesso l'uso della calcolatrice tascabile.

Ognuno dei dieci esercizi verrà valutato con un punteggio da 0 a 10. Si terrà conto anche dell'accuratezza delle motivazioni delle risposte, pur se sintetiche. Hai due ore di tempo.

BUON LAVORO!

Indicare nella griglia sottostante, in stampatello maiuscolo, la lettera corrispondente alla risposta ritenuta corretta ai primi 5 quesiti, fai attenzione a non sbagliarti nella trascrizione.

1	2	3	4	5
D	C	B	C	E

Parte riservata alla Commissione

Valutazione esercizio n. 1 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 2 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 3 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 4 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 5 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 6 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 7 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 8 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 9 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n.10 (Max 10 punti)	
PUNTEGGIO TOTALE (Max 100 punti)	

1. IL RAGGIO LASER

MARIA HA IN MANO UN PUNTATORE LASER CHE TIENE SEMPRE AD UNA ALTEZZA DI 150 CENTIMETRI RISPETTO AL SUOLO ED È PUNTATO SULLA CIMA DI UN CAMPANILE ALTO 25,5 METRI. AD UN CERTO MOMENTO SI TROVA A UNA DISTANZA DI 7 METRI DAL CAMPANILE E LÌ SI FERMA, AD AMMIRARE LA LUCE DEL RAGGIO LASER CHE PARTENDO DALLA SUA MANO ARRIVA IN CIMA DEL CAMPANILE. CALCOLA LA LUNGHEZZA IN METRI CHE PERCORRE IL RAGGIO LASER IN QUEL MOMENTO:

- A) 30 B) 27 C) 26,4 D) 25 E) 24

Risposta corretta D

Il raggio laser forma un triangolo rettangolo con la distanza di Maria dal campanile e la differenza di altezza tra la quota a cui è tenuto il laser e l'altezza del campanile.

Il laser è tenuto a un'altezza di 150 cm = 1,5 m e raggiunge la cima del campanile alto 25,5 m, quindi il cateto verticale è $25,5 - 1,5 = 24$ m, il cateto orizzontale che corrisponde alla distanza dalla torre è 7m, il raggio del laser ne costituisce l'ipotenusa e sarà lungo 25 m (7 – 24 – 25 formano una terna pitagorica primitiva)

2. QUAL È L'INTRUSO?

QUALE TRA LE SEGUENTI SEQUENZE DI NUMERI NON C'ENTRA CON LE ALTRE, PERCHÉ?

- A) 1- 3- 5- 7- 9 ...
B) 2- 4- 6- 8- 10 ...
C) 4- 12- 36- 108- 324 ...
D) 1- 2- 3- 4- 5 ...
E) 13- 71- 129- 187- 245 ...

La sequenza che non c'entra con le altre è la C in quanto in questo caso ogni numero si ottiene moltiplicando il precedente per tre, mentre in tutti gli altri casi ogni numero si ottiene dal precedente sommandogli una certa quantità.

3. LA PASSWORD DEL MIO AMICO

IL MIO AMICO STEFANO È SEMPRE PIÙ SBADATO, NON RICORDA PIÙ LA PASSWORD PER ENTRARE NEL SUO COMPUTER, PER FORTUNA È SICURO CHE LA SUA PASSWORD HA LE SEGUENTI CARATTERISTICHE: È SOLO NUMERICA, È COMPOSTA DA 4 CIFRE, E NESSUNA DI QUESTE SI RIPETE MAI (SCELTA DI PASSWORD PESSIMA PER ALTRO). MI HA CHIAMATO PERCHÉ SA CHE HO PRESO 10 QUANDO IL MIO PROF. DI INFORMATICA MI HA DATO PER COMPITO DI COSTRUIRE UN PROGRAMMA CHE GENERA PASSWORD CASUALI CON LA VELOCITÀ DI 28 PASSWORD AL SECONDO. INSERENDO LE INFORMAZIONI DATE DAL MIO AMICO NEL MIO PROGRAMMA QUANTI MINUTI SERVIRANNO AL MASSIMO

AL PROGRAMMA PER TROVARE LA PASSWORD PERMETTENDOGLI DI ENTRARE NEL SUO COMPUTER DI NUOVO?

- A)6 B)3 C)10 D)2 E)8

Risposta corretta B

La password è solo numerica, quindi dobbiamo considerare 10 cifre, inoltre non si ripete mai, quindi se nella prima posizione ci può essere una qualsiasi delle 10 cifre, nella seconda abbiamo 9 possibilità diverse, nella terza 8 e nella quarta 7. In totale abbiamo $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$ possibilità. Un programma che prova 28 password al secondo, impiega per esplorare tutte le possibilità $5040 : 28 = 180$ secondi e dato che ogni minuto ha 60 secondi il programma impiegherà al massimo $180 : 60 = 3$ minuti

4. IL GIARDINO DEI CIPRESSI

LUNGO IL RECINTO DI UN PARCO RETTANGOLARE CON I LATI LUNGHİ 300 M E 200 M SI VUOLE PIANTARE UN CIPRESSO OGNI 20 M PARTENDO DA UNO DEI VERTICI. QUANTI CIPRESSI SI DEBBONO ACQUISTARE PER IL RECINTO?

SE SI VOGLIONO ANCHE PIANTARE I CIPRESSI, SEMPRE OGNI 20 M, SU UN LATO DI UNA STRADA LUNGA 1 KM INIZIANDO DALL'INIZIO DELLA STRADA E FINO ALLA SUA FINE, QUANTI CIPRESSI SI DEBBONO ACQUISTARE?

- A) 50 PER IL RECINTO E LO STESSO NUMERO PER LA STRADA
- B) 49 PER IL RECINTO E UNO IN PIÙ PER LA STRADA
- C) 50 PER IL RECINTO E UNO IN PIÙ PER LA STRADA
- D) 49 PER IL RECINTO E LO STESSO NUMERO PER LA STRADA
- E) NESSUNA DELLE PRECEDENTI RISPOSTE

La risposta corretta è la C, infatti nel caso del recinto rettangolare, la cui lunghezza è 1 km, il primo cipresso si planterà al vertice di partenza e il cinquantesimo dopo 980 m di recinto, ma non ci sarà bisogno del cinquantunesimo perché il successivo sarebbe sovrapposto a quello iniziale, mentre nel caso della strada rettilinea servirà anche il cinquantunesimo cipresso.

5. I PASTI DEL CANE

MARIA LUISA È SOLITA PREPARARE OGNI SERA IN UNA VASCHETTA, LA RAZIONE GIORNALIERA DI CROCCHETTE PER IL SUO CANE BOBO DA UTILIZZARE IL GIORNO DOPO, DA DIVIDERE IN TRE MOMENTI DELLA GIORNATA, IN TRE PARTI UGUALI: LA MATTINA (COLAZIONE) LA TERZA PARTE DELLA VASCHETTA, A MEZZOGIORNO (PRANZO) LA METÀ DELLA PARTE RIMANENTE, E IL RESTO LA SERA. PERÒ UNA MATTINA MARIA LUISA DOPO AVER DATO LA CONSUETA RAZIONE AL CANE È USCITA DI CORSA PERCHÉ DOVEVA PARTIRE E STAR FUORI TUTTA LA GIORNATA; LA SORELLA PIÙ PICCOLA, CREDENDO CHE IL CANE NON AVESSE MANGIATO, GLI HA DATO AL MATTINO LA TERZA PARTE DELLA PARTE RIMASTA IN VASCHETTA, E

POI, A MEZZOGIORNO, LA METÀ DELLA PARTE RIMASTA. QUALE FRAZIONE DELLA DOSE GIORNALIERA, QUEL GIORNO, IL CANE HA MANGIATO LA SERA?

A)1/6 B)1/3 C)1/5 D) 1/9 E) NESSUNA DELLE PRECEDENTI

	Frazione della dose giornaliera che Bobo mangia	Frazione della dose giornaliera che resta dopo
1° pasto del mattino, dato da Maria Luisa	$1/3$	$2/3$
2° pasto del mattino, dato dalla sorella di Maria Luisa	$(1/3)(2/3)=2/9$	$2/3-2/9=4/9$
pasto di mezzogiorno	$(1/2)(4/9)=2/9$	$4/9-2/9=2/9$
pasto serale	$2/9$	-

La risposta quindi è E) Nessuna delle precedenti.

6. AUTOBUS

A PISA TRE AUTOBUS, RISPETTIVAMENTE IL NUMERO 8, 10 E 22, INIZIANO IL LORO SERVIZIO ALLE 6:00 DALLO STESSO CAPOLINEA. L'AUTOBUS NUMERO 8 RITORNA AL CAPOLINEA OGNI 45 MINUTI, L'AUTOBUS NUMERO 10 OGNI 30 MINUTI E L'AUTOBUS NUMERO 22 OGNI 25 MINUTI.

A CHE ORA DELLA GIORNATA I TRE AUTOBUS SI TROVERANNO DI NUOVO INSIEME PER LA PRIMA VOLTA AL CAPOLINEA?

Soluzione: alle ore 13:30

Infatti troviamo il m.c.m. tra i numeri 45, 30 e 25

$$45=3^2 \cdot 5$$

$$30=2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$25=5^2$$

$$\text{m.c.m.}(45, 30, 25)=2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 450$$

I tre autobus si incontrano dopo 450 minuti che equivalgono a 7 ore e 30 minuti.

7 ore e 30 minuti dopo le ore 6:00 sono le ore 13:30.

7. IL SOTTOSEGMENTO

MARIO E LUCA TRACCIANO DUE SEGMENTI AB E CD LUNGI RISPETTIVAMENTE $\frac{15}{7}$ E $\frac{10}{6}$ METRI.

GIOVANNI VUOLE TRACCIARE UN SEGMENTO EF IN MODO CHE SIANO RISPETTATE LE SEGUENTI CONDIZIONI:

- a) AB E CD DEVONO ESSERE ENTRAMBI DEI MULTIPLI DI EF;
 b) EF DEVE ESSERE IL SEGMENTO PIÙ LUNGO POSSIBILE TRA TUTTI QUELLI CHE RISPETTANO LA CONDIZIONE PRECEDENTE.

QUANTO VALE (IN METRI) LA LUNGHEZZA DEL SEGMENTO EF TRACCIATO DA GIOVANNI?
 (ESPRIMERE LA SOLUZIONE MEDIANTE UNA FRAZIONE RIDOTTA AI MINIMI TERMINI)

I segmenti sono lunghi in metri $\frac{15}{7}$ e $\frac{10}{6}$ che equivalentemente corrispondono a $\frac{90}{42}$ e $\frac{70}{42}$

Qualunque sia dunque l'unità corrispondente a $\frac{1}{42}$ dunque il primo segmento ne ha 90 e il secondo ne ha 70. Il MCD (90 ; 70) è 10, perciò il più grande segmento che è sottomultiplo di entrambi avrà 10 di queste unità. Sarà perciò lungo $\frac{10}{42}$ metri. Riducendo la frazione ai minimi

termini si ottiene la soluzione richiesta $\frac{5}{21}$ metri

8. REGALI DI NATALE

GIOVANNI ESCE DA CASA PER COMPRARE I REGALI DI NATALE PORTANDO CON SÉ I SUOI RISPARMI.

ACQUISTA UNA PENNA PER MARTINA SPENDENDO I $\frac{2}{5}$ DELLA CIFRA POSSEDUTA, POI USA IL 25 %

DEI SOLDI RIMASTI PER PRENDERE UN LIBRO AD ANDREA, DOPO DI CIÒ GLI RIMANGONO ANCORA 27 € DA SPENDERE. QUANTI SOLDI AVEVA CON SÉ GIOVANNI NEL MOMENTO IN CUI ERA USCITO DA CASA?

Giovanni spende i $\frac{2}{5}$ della somma, $\frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$, gli rimane dunque $100 - 40 = 60\%$ della cifra iniziale. Di questi ne spende poi il $25\% = 0,25 = \frac{1}{4}$ cioè $60 : 4 = 15\%$.

Gli rimane pertanto $60 - 15 = 45\%$ che corrispondono a 27 €

La cifra iniziale si può calcolare facilmente con la proporzione $45:27=100:X$

$X=2700:45 = 60$ €

OPPURE

Dopo la prima spesa a Giovanni rimangono i $\frac{3}{5}$ della cifra iniziale. Di questi ne spende poi il 25 %,

cioè $\frac{1}{4}$, che rispetto alla cifra iniziale rappresenta la frazione $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$. Sottraendo $\frac{3}{20}$ da $\frac{3}{5}$ si ottiene $\frac{9}{20}$, che è pertanto la frazione della cifra iniziale rimasta dopo le due spese e che

corrisponde a 27 €. Dividendo infine i 27 € per 9 e moltiplicandoli per 20 si risale alla cifra iniziale, che è 60 €.

9. VIAGGIO NEL FUTURO

SIAMO NEL 2051 E MARCO SI TROVA ALL'INTERNO DELLA NUOVA SAV (STAZIONE ALTA VELOCITÀ) DI TERNI. IL SUO OROLOGIO ATOMICO SEGNA LE 20:34:15. NELLO STESSO GIORNO DEVE TROVARSI A NEW YORK, PRIMA POSSIBILE. TUTTI I COLLEGAMENTI DEI TRASPORTI SONO ORMAI PRECISI AL SECONDO, NON CI SONO RITARDI E NON C'È PIÙ BISOGNO DI FARE FILE PER I BIGLIETTI. QUESTO È QUELLO CHE VEDE NEL SUO VISORE MULTIMEDIALE 3D:

SAV Terni	Spazioporto Roma
20:33 partenza	21:03 arrivo
20:45 partenza	21:20 arrivo
SAV Terni	Spazioporto Napoli
20:41 partenza	21:41 arrivo
21:12 partenza	22:13 arrivo

Spaziovolo Roma – New York	
Partenza	Tempo di volo
21:23	3 ore
22:10	3 ore 15 minuti
Spaziovolo Napoli – New York	
Partenza	Tempo di volo
21:50	3 ore
22:10	3 ore 15 minuti



Attenzione: collegamenti

Trasporto dallo Spazioporto di Roma allo Spaziovolo di Roma
con capsula pressurizzata: tempo necessario 5 minuti.

Trasporto dallo Spazioporto di Napoli allo Spaziovolo di Napoli
con capsula pressurizzata: tempo necessario 7 minuti.



SFRUTTANDO TUTTE LE INFORMAZIONI CHE HAI, SAI DIRE CHE ORA SEGNERANNO GLI OROLOGI DI NEW YORK QUANDO MARCO ATTERRERÀ ?

Marco si trova nella stazione alle 20:34, non può più prendere il treno delle 20:33 che è ormai partito (nel testo si ipotizza che nel futuro i treni siano precisi al secondo) . Può quindi decidere se recarsi a Roma prendendo il treno delle 20:45 o a Napoli prendendo quello delle 20:41.

Prendendo il treno per Roma arriverebbe a destinazione nello Spazioporto di Roma alle 21:20 ma non riuscirebbe a prendere il volo delle 21:23 perché per raggiungere lo Spaziovolo sono necessari ulteriori 5 minuti di viaggio e dunque dovrebbe aspettare il volo successivo delle 22:10

Prendendo invece il treno per Napoli arriverebbe nello Spazioporto di Napoli alle 21:41 e con 7 minuti giungerebbe allo Spaziovolo di Napoli in tempo per prendere il volo delle 21:50

Considerando il tempo di volo di 3 ore , ma anche la differenza di fuso orario tra gli orologi in Italia e quelli di New York che è di -6 ore come è ricavabile dal testo, l'ora del suo arrivo a New York è:
 $21:50 + 3:00 - 6:00 = 18:50$

10. IL GENERALE GIOVENALE

IL GENERALE GIOVENALE HA NOTATO CHE DISPONENDO I SUOI SOLDATI (CHE SONO PIÙ DI CENTO) IN FILA PER TRE, NE AVANZA UNO. IL SUO FEDELE UFFICIALE HA PROVATO DISPONENDOLI A QUATTRO A QUATTRO, MA AVANZA SEMPRE UNO. QUAL È IL NUMERO PIÙ PICCOLO DI SOLDATI CHE SODDISFA TUTTE LE CONDIZIONI DESCRITTE?

[$3x+1=4y+1$, quindi $3x=4y$, cioè il numero di soldati meno 1, deve essere un multiplo sia di 3 che di 4, quindi anche multiplo di 12. Il primo multiplo sia di 4 che di 3, e che superi 100, è 108, quindi il numero di soldati è $108+1=109$]