

Premio Città di Terni - Soluzioni

(ventottesima edizione)

Terni, 7 febbraio 2020

Scuola Secondaria di I grado

Istruzioni

La prova è svolta in forma anonima . Non scrivere il tuo nome su queste pagine

La prova è costituita da sette quesiti a risposta multipla e da tre problemi, ma **tutte le risposte ai quesiti richiedono adeguata motivazione con la presentazione dello svolgimento e dei passaggi necessari per giungere ai risultati** (utilizzando le sole pagine di questo fascicoletto). E' ammesso l'uso della calcolatrice tascabile.

Ognuno dei dieci esercizi verrà valutato con un punteggio da 0 a 10, ma, dei primi sette esercizi, si chiede la risposta sintetica nella griglia sottostante, e se non saranno ritenute corrette almeno quattro delle sette risposte riportate in tale griglia, il compito non sarà preso in considerazione dalla Commissione per la selezione dei primi tre posti. Comunque, sia per le prime sette domande, che per le ultime tre, nella valutazione si terrà conto dell'accuratezza e della precisione nella motivazione delle risposte (che–consigliamo– siano sintetiche ed esaurienti) anche nel caso in cui le risposte dovessero essere parziali.

Hai due ore di tempo. **BUON LAVORO!**

Indicare nella griglia sottostante, in stampatello maiuscolo, la lettera corrispondente alla risposta ritenuta corretta ai primi 7 quesiti, fai attenzione a non sbagliarti nella trascrizione.

1	2	3	4	5	6	7
C	A	B	D	B	D	B

Parte riservata alla Commissione

Valutazione esercizio n. 1 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 2 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 3 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 4 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 5 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 6 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 7 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 8 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n. 9 (Max 10 punti)	
Valutazione esercizio n.10 (Max 10 punti)	
PUNTEGGIO TOTALE (Max 100 punti)	

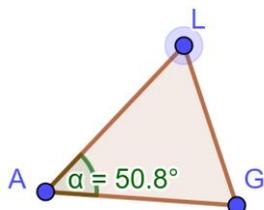
1. Lo stravagante professor Rossi

IL PROF. ROSSI, CHE È UN PO' PARTICOLARE, HA DUE OROLOGI CHE NON VANNO BENE, UNO ANTICIPA DI UN MINUTO OGNI ORA E L'ALTRO INVECE RITARDA DI UN MINUTO E MEZZO OGNI ORA! NEL MOMENTO IN CUI LE LANCETTE DEI DUE OROLOGI SI TROVANO PERFETTAMENTE NELLA STESSA POSIZIONE (INDICANDO LE 10:10), EGLI METTE AL POLSO SINISTRO IL PRIMO OROLOGIO, E IL SECONDO AL POLSO DESTRO; DECIDE POI, NELLA SUA STRAVAGANZA, DI TOGLIERSI GLI OROLOGI NON APPENA LE LANCETTE LUNGHE DEI MINUTI TORNERANNO AD INDICARE LO STESSO NUMERO DI MINUTI. PER QUANTO TEMPO TERRÀ I DUE OROLOGI? [GIUSTIFICARE LE AFFERMAZIONI]

- A) 6 ORE B) 12 ORE C) 24 ORE D) 36 ORE E) 60 ORE

La differenza tra gli orari indicati dai due orologi è, per ogni ora, 1,5 minuti+1 minuto =2 minuti e mezzo, quindi di 5 minuti ogni 2 ore. Poiché 60 minuti=5 minuti X 12, sono necessarie 12 X(2 ore)=24 ore affinché la differenza tra le ore indicate dai due orologi arrivi a 60 minuti, e quindi le due lancette dei minuti tornino ad indicare lo stesso numero di minuti. La risposta è C) 24 ore.

2. Spostamenti in automobile



ANNA IMPIEGA LO STESSO TEMPO PER ANDARE, DA CASA SUA (A), ALLA SEDE DI LAVORO (L), E PER ANDARE ALL'ABITAZIONE DEI SUOI GENITORI (G), VIAGGIANDO SEMPRE IN AUTO A 50KM/H. OSSERVARE LA FIGURA. UN GIORNO DAL POSTO DI LAVORO DEVE ANDARE DIRETTAMENTE DAI GENITORI: LA DISTANZA DA PERCORRERE SARÀ LA STESSA, MINORE O MAGGIORE DELLA DISTANZA TRA LA PROPRIA CASA E LA SEDE DI LAVORO? [GIUSTIFICARE LE AFFERMAZIONI]

- A) $LG < AL$ (MA LG NON È METÀ DI AL) B) $LG = AL$ C) $LG > AL$
 D) $LG = (1/2) AL$ E) I DATI NON BASTANO PER RISPONDERE

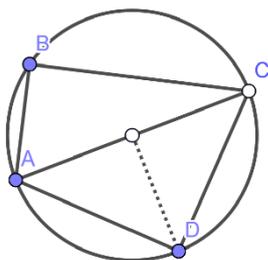
Poiché la somma angoli interni di un triangolo è 180° , i due angoli adiacenti al lato LG formano complessivamente $(180^\circ - 50,8^\circ)$, ma essendo uguali perché $AL = AG$, allora ciascuno dei due angoli ha ampiezza $64,6^\circ$ che è maggiore dell'angolo in A. Allora i lati che si oppongono all'angolo in G e all'angolo in A sono il primo maggiore del secondo. Quindi $AL > LG$ (Risposta A)

3. La piazza

UNA PIAZZA CIRCOLARE HA DIAMETRO AC CONGIUNGENTE DUE ABETI AI LIMITI DELLA PIAZZA, MENTRE DUE SALICI PIANGENTI SONO POSIZIONATI LUNGO LA CIRCONFERENZA, IN POSIZIONI B E D, IN PARTI OPPOSITE RISPETTO AD AC , TALI CHE GLI ANGOLI $\hat{B}AC = 60^\circ$, $\hat{B}CA = 30^\circ$, ED INOLTRE $\hat{D}AC = \hat{D}CA = 45^\circ$. QUANTE VOLTE LA DISTANZA AD È PIÙ GRANDE DELLA DISTANZA AB , CIOÈ QUAL È IL RAPPORTO TRA AD E AB ? [MOSTRARE IL PROCEDIMENTO E GIUSTIFICARE LE AFFERMAZIONI]

- A) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$ B) $\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ C) $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{2}$ D) $\frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

E) NESSUNA DELLE PRECEDENTI



I due triangoli ABC , ACD sono entrambi rettangoli (si può motivare: o perché inscritti in una circonferenza ed hanno un lato passante per il centro; oppure perché la somma angoli interni deve essere pari a 180°). Poiché il triangolo ABC ha gli angoli interni di ampiezza 60° , 90° e 30° , è metà triangolo equilatero e quindi $AC = 2AB$, cioè $AB = AO$ (se O è il centro) = raggio R . Il triangolo ACD invece ha gli angoli di ampiezza 45° , 45° , 90° ed è la metà di un quadrato di cui AC costituisce una diagonale. Quindi

$$AD = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{2R}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}R = \sqrt{2}AB \quad (\text{Risposta B})$$

4. Studi all'estero

UN ALBERGATORE HA TRE FIGLI E DESIDERA AVVIARLI ALLA SUA ATTIVITÀ; PER QUESTO HA FATTO STUDIARE LORO IL FRANCESE, L'INGLESE, LO SPAGNOLO E LI VUOL MANDARE PER UN ANNO ALL'ESTERO, A PARTIRE DAL 1° GENNAIO DI QUEST'ANNO: SI È MESSO D'ACCORDO CON TRE SUOI COLLEGHI, UNO A LONDRA, UNO A PARIGI E UNO A MADRID, CIASCUNO TERRÀ PRESSO DI SÉ A TURNO UNO DEI FIGLI. OGNI FIGLIO STARÀ PER QUATTRO MESI IN UNA DELLE TRE CITTÀ. FILIPPO TRASCORRE IL PRIMO QUADRIMESTRE A MADRID, MENTRE IL FIGLIO CHE IL PRIMO QUADRIMESTRE È A LONDRA, IL TERZO SARÀ A PARIGI; SI SA INFINE CHE SERGIO TRASCORRERÀ IL NATALE A MADRID. QUAL È LA SEQUENZA DI CITTÀ CHE SI SUCCEDERANNO PER GIULIO? [GIUSTIFICARE LE AFFERMAZIONI]

- A) PARIGI- LONDRA- MADRID
- B) PARIGI- MADRID- LONDRA
- C) MADRID- PARIGI- LONDRA
- D) LONDRA- MADRID- PARIGI
- E) NESSUNA DELLE PRECEDENTI

	I QUADRIMESTRE	II QUADRIMESTRE	III QUADRIMESTRE
FILIPPO	MADRID		
?	LONDRA		PARIGI
			MADRID

Poiché in ogni colonna devono stare nomi diversi di città, e lo stesso ogni riga, sicuramente Sergio, che trascorrerà Natale a Madrid, non sarà il secondo figlio, e occuperà la terza riga della tabella.

Completiamo la tabella con i dati ricavabili per esclusione:

	I QUADRIMESTRE	II QUADRIMESTRE	III QUADRIMESTRE
FILIPPO	MADRID		LONDRA
?	LONDRA	MADRID	PARIGI
SERGIO			MADRID

e sempre per esclusione:

	I QUADRIMESTRE	II QUADRIMESTRE	III QUADRIMESTRE
FILIPPO	MADRID	PARIGI	LONDRA
GIULIO	LONDRA	MADRID	PARIGI
SERGIO	PARIGI	LONDRA	MADRID

Quindi la sequenza di Giulio è: Londra-Madrid-Parigi (Risposta D).

5. Una bella serata tra amici

STEFANIA E ACHILLE INVITANO 6 AMICI. ALLA FINE DELLA CENA, GLI OSPITI SALUTANO I DUE PADRONI DI CASA CON UNA STRETTA DI MANO, E SI STRINGONO LA MANO RECIPROCAMENTE. QUANTE SONO LE STRETTE DI MANO IN TUTTO?

- A) 24
- B) 27
- C) 28
- D) 29
- E) 30

1° PROCEDIMENTO DI RISOLUZIONE (additivo): I due padroni di casa danno 12 strette di mano ai 6 ospiti. Ogni ospite dà 5 strette di mano agli altri ospiti, ma ogni stretta di mano, con tale calcolo, è contata due volte, quindi le strette di mano tra gli ospiti in realtà sono $6 \times 5 / 2 = 15$. In tutto le strette di mano sono $12 + 15 = 27$ (Risposta B)

2° PROCEDIMENTO DI RISOLUZIONE (sottrattivo): Se tutte e 8 le persone presenti a cena, si stringessero la mano, le strette di mano delle 8 persone tra loro sarebbero 28: ognuno degli 8 infatti stringe la mano a ciascuno degli altri 7, ma la stessa stretta, con tale calcolo, è considerata due volte, per cui il numero di strette di mano sarebbe $7 \times 8 / 2 = 28$. Si deve togliere la stretta di mano tra Achille e Stefania, ovviamente, per cui il numero totale è 27 (Risposta B).

6. Viaggi di lavoro

MARCO E LUCA ABITANO A TERNI, MA SI SPOSTANO SPESSO A ROMA PER LAVORO PERCORRENDO IN AUTO I 100 KM DI AUTOSTRADA CHE SEPARANO LE DUE CITTÀ.

UN GIORNO ALLE 15 LUCA PRENDE L'AUTOSTRADA DA TERNI VERSO ROMA E VIAGGIA ALLA VELOCITÀ COSTANTE DI 120 KM/H. LO STESSO GIORNO MARCO PRENDE L'AUTOSTRADA NEL VERSO OPPOSTO DA ROMA ALLE 15:20 E VIAGGIA ANCHE LUI ALLA VELOCITÀ COSTANTE DI 120 KM/H.

A QUANTI KM DA TERNI LUCA E MARCO SI INCROCIERANNO QUEL GIORNO SULL'AUTOSTRADA MENTRE VIAGGIANO IN VERSI OPPOSTI?

- A) 40 KM B) 60 KM C) 66,67 KM D) 70 KM E) 80 KM

Soluzione intuitiva

Considerato che 20 minuti corrispondono a un terzo di ora, tra le 15 e le 15:20 Luca percorre da Terni $120 \text{ km/h} \cdot (1/3 \text{ h}) = 40 \text{ km}$. Da quel momento in poi, sui restanti 60 km tra il punto dove sarà arrivato e Roma Luca e Marco viaggiano in verso opposto e alla stessa velocità e si incroceranno pertanto a metà del percorso, ovvero dopo 30 km. Al momento dell'incrocio Luca avrà percorso quindi $40 \text{ km} + 30 \text{ km} = 70 \text{ km}$ da Terni.

Soluzione formale

Per potersi incrociare sull'autostrada, Luca e Marco devono trovarsi nello stesso punto alla stessa ora. Indicando con t il tempo passato dalla partenza di Luca fino al momento dell'incrocio e considerando che Marco è partito da una distanza di 100 km da Terni e ha viaggiato per 20 minuti (cioè un terzo di ora) in meno rispetto a Luca in verso opposto, si ha la seguente equazione per l'incognita t :

$$\text{(versione A)} \quad 120 \text{ km/h} \cdot t = 100 \text{ km} - 120 \text{ km/h} \cdot [t - (1/3) \text{ h}]$$

Con semplici passaggi si ricava $t = (7/12) \text{ h}$, da cui, indicando con x lo spazio percorso da Luca a partire da Terni, $x = 120 \text{ km/h} \cdot (7/12) \text{ h} = 70 \text{ km}$.

(versione B) In alternativa, esprimendo il tempo in minuti e la velocità in km/min, l'equazione diventa:

$$2 \text{ km/min} \cdot t = 100 \text{ km} - 2 \text{ km/min} \cdot (t - 20 \text{ min}),$$

da cui $t = 35 \text{ min}$ e $x = 2 \text{ km/min} \cdot 35 \text{ min} = 70 \text{ km}$ (Risposta D).

7. La sartoria

TRE SARTE PER CUCIRE LO STESSO VESTITO IMPIEGANO RISPETTIVAMENTE CINQUE, OTTO E DIECI ORE. QUANTO TEMPO IMPIEGANO PER CUCIRE 17 VESTITI SE LAVORANO INSIEME?

- A) 30 ORE B) 40 ORE C) 60 ORE D) 80 ORE E) NESSUNA DELLE PRECEDENTI

La prima sarta che impiega 5 ore, in un'ora cuce $1/5$ del vestito; la seconda sarta che impiega 8 ore, in un'ora cuce $1/8$ del vestito; la terza sarta che impiega 10 ore, in un'ora cuce $1/10$ del vestito.

Se le tre sarte lavorano insieme, in un'ora cuciono $1/5+1/8+1/10=17/40$ del vestito.

Se devono cucire 17 vestiti avranno bisogno di 40 ore ($17/40 \times 40=17$). 40 ore è la soluzione del quesito (Risposta B).

8. Il buon pane di forno

IL FORNO "ACQUA E FARINA" VENDE TRE TIPI DI PANE: IL PANE COMUNE A 1,90 €/KG, IL PANE AI CEREALI A 2,20 €/KG ED IL PANE ALLE NOCI A 2,80 €/KG.

- a) IL 06/02/2020 SONO STATI VENDUTI 6 KG DI PANE COMUNE, 9 KG DI PANE AI CEREALI E 12 KG DI PANE ALLE NOCI. QUAL È STATO IL PREZZO MEDIO DI VENDITA DI 1 KG DI PANE?

RISPOSTA:.....

- b) IL GIORNO SUCCESSIVO, LA VENDITA DEL PANE COMUNE RADDOPPIA MENTRE LA QUANTITÀ DI PANE AI CEREALI E DI PANE ALLE NOCI RIMANE INVARIATA. COSA ACCADE AL PREZZO MEDIO DI VENDITA DI 1 KG DI PANE RISPETTO A QUELLO DEL GIORNO PRECEDENTE?

- a) RADDOPPIA
b) AUMENTA
c) RIMANE INVARIATO
d) DIMINUISCE

GIUSTIFICA LA TUA RISPOSTA SENZA ESEGUIRE DI NUOVO IL CALCOLO

- a) $1,90 \text{ €/kg} \times 6\text{Kg} + 2,20 \text{ €/kg} \times 9\text{Kg} + 2,80 \text{ €/kg} \times 12\text{Kg} = (64,8/27) \text{ €} = 2,4\text{€}$
b) Se la vendita del pane più economico aumenta, mentre invariata resta la quantità venduta degli altri tipi più costosi, la quantità totale di pane venduto aumenta, ma la percentuale di pane più economico aumenta rispetto agli altri tipi, quindi mediamente il prezzo del pane venduto diminuisce (risposta d))

9. I compleanni dei due ragazzi

MARIO E GIUSY HANNO SCOPERTO DI ESSER NATI LO STESSO GIORNO, MA DI MESI UNO CONSECUTIVO ALL'ALTRO. L'ANNO SCORSO (2019) HANNO FESTEGGIATO IL COMPLEANNO LO STESSO GIORNO DELLA SETTIMANA. IN QUALI MESI SONO NATI?

Tra un giorno x di un certo mese, e lo stesso giorno x del mese successivo, intercorrono un numero di giorni pari all'ultimo giorno del mese precedente (per esempio, tra il 7 gennaio e il 7 febbraio passano 31 giorni perché 31 è l'ultimo giorno di gennaio, dopodiché si torna a contare a partire da 1). Affinché un giorno x di un certo mese, conservi lo stesso giorno della settimana il mese successivo, occorre che il numero di giorni del mese precedente sia multiplo di 7, in modo che non cambi il giorno della settimana. L'unico mese con numero di giorni multiplo di 7 è febbraio (se l'anno non è bisestile, come il 2019), quindi l'unica possibilità è che i due compleanni avvengano in febbraio ed in marzo.

10. Magia dei numeri

LIA MOSTRA A LUCA I PRIMI 9 NUMERI DELLA TOMBOLA, E DISPONE TRE NUMERI IN UNA GRIGLIA 3 X 3 SEGUENTE IN QUESTO MODO:

6		
	5	
		4

SFIDA POI LUCA A DISPORRE GLI ALTRI NUMERI TRA 1 E 9, SULLE CASELLE RESTANTI, IN MODO CHE LA SOMMA DEI NUMERI DELLE TRE RIGHE, LA SOMMA DELLE TRE COLONNE, LA SOMMA DELLE DIAGONALI SIA SEMPRE LA STESSA. COME FARÀ LUCA?

Nel fare i tentativi, può aiutare la considerazione che la somma dei primi 9 numeri interi è pari a $(1+9)*9/2=45$. Pertanto ogni riga dovrà totalizzare $45/3=15$, e lo stesso ogni colonna e anche ciascuna delle due diagonali. Una delle possibili soluzioni è la seguente:

6	1	8
7	5	3
2	9	4