Soluzioni Triennio 2016

1. In Olanda

Soluzione $[\frac{m^3}{n^2}]$

Un mulino lavorando per una sola ora al giorno produce n $(1/n)$ $(1/n)$ $(1/n)$ = $1/n^2$ quintali di farina. Di conseguenza m mulini lavorando per m ore al giorno producono in m giorni

$$1/n^2\ (m)(m)(m) = m^3/n^2$$

2. Quale volume?

Soluzione [192 cm^3]

Indicando con a, b, c le misure delle tre dimensioni del parallelepipedo rettangolo, si ha:
$a \cdot b = 32,\ \ b \cdot c = 24,\ \ c \cdot a = 48$
Pertanto $(ab) \cdot (bc) \cdot (ca) = 32 \cdot 24 \cdot 48$
$a^2b^2c^2 = 2^5 \cdot (3 \cdot 2^3) \cdot (3 \cdot 2^4)$ e $V = abc = 3 \cdot 2^6 = 192$ cm^3

3. I pappagalli gialli

Soluzione [5]

A	1A	1ABC(g)	1AC(g)	1AB	2 gialli
B	1B(g)	1ABC(g)	1AB	1BC(g)	3 gialli
C	1C(g)	1ABC(g)	1AC(g)	1BC(g)	4 gialli

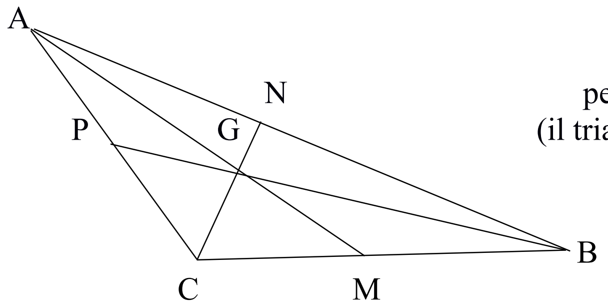
I pappagalli gialli sono in totale 5

4. Premio di produzione

Soluzione [800 €]

Indicando con x numero dipendenti con figli a carico e y numero dipendenti senza figli (a carico) si ha $x + y = 19$ e $(600 + p)x + py = 20000$ si ottiene $p = (20000 - 600x)/19 = 200(100 - 3x)/19$; ma $(100 - 3x)$ deve essere multiplo di 19 per cui si ottiene $x = 8$ $y = 11$ $p = 800$ €

5. Le strane mediane



per ipotesi AM ⊥ CN
(il triangolo AGC è rettangolo)

Ricordando che:
a) in un triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è uguale alla metà dell'ipotenusa stessa
b) le tre mediane di un triangolo si incontrano in uno stesso punto e si dividono in parti tali che quella che contiene il vertice è doppia dell'altra, si ha
AC = 2 AP = 2 PG = BG = 2/3 BP
AG = 2/3 AM
CG = 2/3 CN
AC=2/3 BP
E poiché il triangolo AGC è rettangolo verificheranno la relazione pitagorica anche AM, CN e PB

6. In giro in moto

Soluzione $[\frac{v_1}{v_3} = \frac{1}{2}]$

Dati: $v_1 \cdot t \qquad v_2 \cdot (t-1) \qquad v_3 \cdot (t-1) \qquad \frac{v_2}{v_3} = \frac{2}{3}$

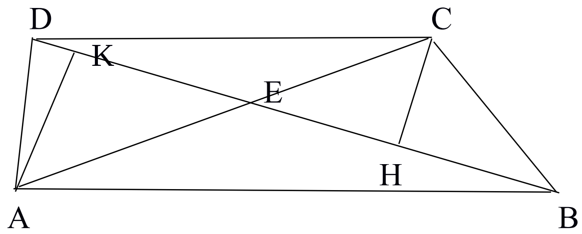
$$\begin{cases} v_3 \cdot (t-1) = v_1 \cdot t \\ v_2 \cdot (t-1+2) = v_1 \cdot (t+2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_3 \cdot (t-1) = v_1 \cdot t \\ \frac{2}{3} v_3 \cdot (t+1) = v_1 \cdot (t+2) \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{v_1}{v_3} = \frac{t-1}{t} \\ \frac{v_1}{v_3} = \frac{2(t+1)}{3(t+2)} \end{cases}$$

Uguagliando i secondi membri si ottiene $2t(t+1) = 3(t-1)(t+2)$ cioè l'equazione risolvente $t^2 + t - 6 = 0$ che ha come soluzione accettabile $t = 2$.
Pertanto $\frac{v_1}{v_3} = \frac{1}{2}$

7. Le tre aree

<u>Soluzione</u> [area (ABCD) = X+Y +2$\sqrt{XY}$]



area (DCE) = X
area (ABE) = Y

area (ADC) = area (BCD) (stessa base DC e stessa altezza)
area (ADE) = area (BCE) = a

X= ½ DE · CH area (BCE) = ½ EB · CH da cui EB/DE = area (BCE)/X = a/X
Y= ½ EB ·AK area (ADE) = ½ DE · AK da cui EB/DE = Y/area(ADE) = Y/a

Pertanto a/X= Y/a ovvero XY = a^2 quindi a =$\sqrt{XY}$ e area (ABCD) = X+Y +2$\sqrt{XY}$

8. Differenza di cubi

m, $n = m + 1$
$(m+1)^3 - m^3 = m^3 + 1 + 3m^2 + 3m - m^3 = 3m(m+1) + 1$

Poiché $3m(m+1)$ è pari per ogni m ≠ 0 pertanto il successivo $3m(m+1)+1$ è dispari e non è divisibile per 2;
poiché $3m(m+1)$ è un multiplo di 3 pertanto il successivo $3m(m+1)+1$ non è divisibile per 3

9. Numeri triangolari, numeri quadrati

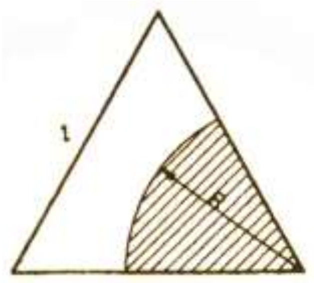
Il numero triangolare *n*-esimo è $\frac{n(n+1)}{2}$; il numero quadrato *n*-esimo è n^2

a) $\frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n+1)(n+2)}{2} = \frac{2n^2+4n+2}{2} = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$
b) $8 \cdot \frac{n(n+1)}{2} + 1 = 4n^2 + 4n + 1 = (2n+1)^2$

10. La pecora nel prato

Soluzione $[R = \frac{l}{2}\sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{\pi}}\,]$

La lunghezza della corda è uguale al raggio R di un settore circolare avente l'angolo al centro corrispondente di 60° e di area pari alla metà di quella del triangolo.



Area del triangolo = $\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$

Area settore circolare = $\frac{\pi R^2}{6}$

Pertanto $\frac{\pi R^2}{6} = \frac{1}{2}\cdot\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$

$4\pi R^2 = 3\sqrt{3}l^2$ e $R = \frac{l}{2}\sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{\pi}}$