Soluzioni Triennio 2018

1. Il tragitto di Giovanni

Soluzione [625 m]

Indicando con x (in metri) la distanza fra casa e la rotonda e con y (in metri) la distanza fra la rotonda e la scuola e con v_1 = 90/36 m/s (9 km/h) e v_2 = 50/36 m/s (5 Km/h) si ha il sistema :

$$\begin{cases} x/v_1 + y/v_2 = 306 \\ x/v_2 + y/v_1 = 394 \end{cases}$$

da cui x = 450 m , y = 175 m e la distanza richiesta è s = 625 metri.

2. La ciliegina nel bicchiere

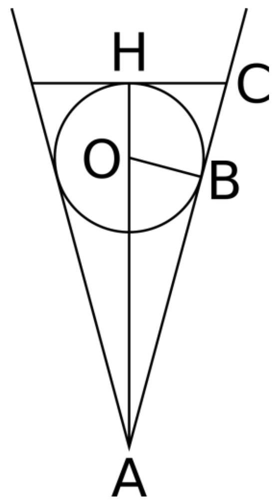
Soluzione [$\frac{5}{3}\pi$ cm^3]

Il volume V di liquore è pari al volume del cono Vc (fino al livello del liquido) meno il volume Vs della ciliegina sferica. Si ha OA = 5 cm e AB = $\sqrt{5^2 - 1^2} = 2\sqrt{6}$ cm. Il raggio HC di base del cono è si ottiene osservando che il triangolo AOB è simile al triangolo ACH perché entrambi rettangoli e hanno in comune l'angolo al vertice A. Si ha quindi

AH : HC = AB : OB cioè 6 : HC = $2\sqrt{6}$:1

da cui HC = $\frac{\sqrt{6}}{2}$ e il volume di liquore

V = Vc – Vs = $\frac{1}{3}\cdot\pi\frac{6}{4}\cdot 6 - \frac{4}{3}\pi\cdot 1^3 = \frac{5}{3}\pi$ cm^3



3. La legnaia

Soluzione [7 q]

5 compagni ed io = 6 persone.
In 5 ore, 6 persone hanno spostato 5 quintali. Il che significa che ciascuno sposta 1/6 di quintale per ogni ora. Il secondo giorno 3 compagni ed io = 4 persone spostano per ogni ora 4/6 di quintale, che, in 3 ore diventano 2 quintali. Pertanto nei due giorni avremo spostato complessivamente 7 quintali.

4. La riunione

Soluzione [21]

Sia n il numero dei soci presenti all'inizio della riunione, $n > 6$.

Deve essere $\frac{n(n-1)}{2} = 2 \cdot \frac{(n-6)(n-7)}{2}$ cioè $n^2 - n = 2(n^2 - 13n + 42)$

ovvero $n^2 - 25n + 84 = 0$ che ammette come soluzioni $n = 21$ e $n = 4$

5. Le strane potenze

Le coppie richieste sono (1,1); $(3,3^{667})$; $(23, 23^{87})$; $(29, 29^{69})$; $(69, 69^{29})$; $(87, 87^{23})$; $(667, 667^{3})$; (2001, 2001).

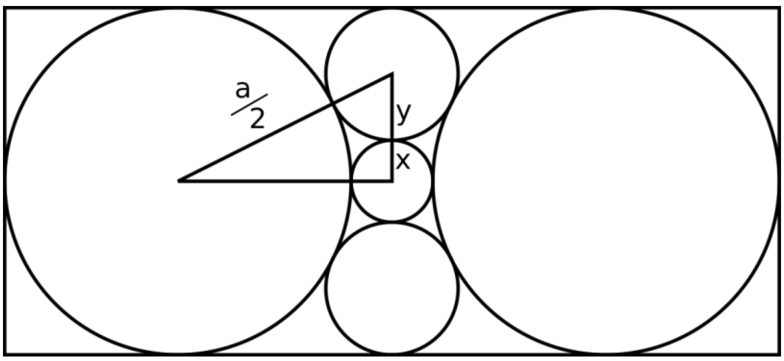
6. La gara di nuoto

La risposta è Caterina. Caterina non può essere arrivata prima perché almeno una tra Adele e Bea mente. Caterina non può essere arrivata seconda perché in questo caso dovrebbe essere arrivata prima di almeno una tra Adele e Bea; quindi sia lei che una di queste due direbbe la verità contro le ipotesi. Pertanto Caterina mente; ma allora non può essere arrivata ultima poiché tra Adele e Bea almeno una dice la verità. Pertanto Caterina è arrivata terza.

7. I cinque cerchi

Soluzione [$a\sqrt{5}$]

Indicando con x il raggio del cerchio più piccolo e con y il raggio dei due cerchi interni si ha il seguente sistema



$$\begin{cases} x + 2y = a/2 \\ (a/2 + y)^2 = (x + y)^2 + (a/2 + x)^2 \end{cases}$$

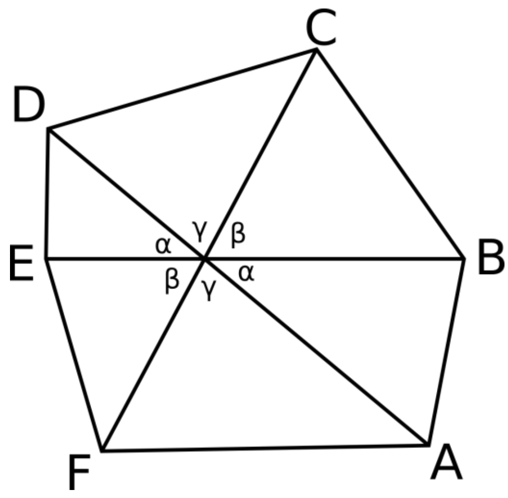
Risolvendo il sistema si ottiene che

$x = \left(a\sqrt{5} - 2a\right)/2$

$y = \left(3a - a\sqrt{5}\right)/4$ e la lunghezza del lato del rettangolo è $a\sqrt{5}$

8. L'area sconosciuta

Soluzione [35/6]



Indicando con α gli angoli AOB e DOE; con β gli angoli BOC ed EOF; con γ gli angoli COD e FOA (uguali perchè opposti al vertice), si ha:

$\frac{1}{2}$ OF· OA sen γ = 7

$\frac{1}{2}$ OB·OC sen β = 5

$\frac{1}{2}$ OD·OE sen α = 2

$\frac{1}{2}$ OC· OD sen γ = 4

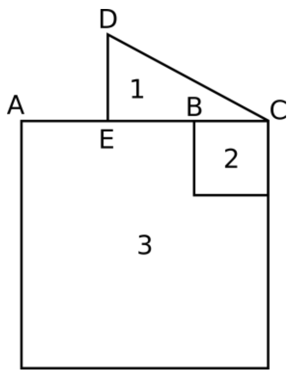
$\frac{1}{2}$ OE· OF sen β = 3

$\frac{1}{2}$ OA· OB sen α = x (area di AOB)

Si ha 7·5·2 = 4·3·x ed x = 35/6

9. L'orto del convento

Soluzione [200 m^2]



AC= l e BC = x

AB = $l - x$ AE = DE = EB = $(l-x)/2$

EC =$(l - x)/2 + x = (l + x)/2$

Pertanto l'area di DEC =$1/2 \cdot (l - x)/2 \cdot (l + x)/2) = (l^2-x^2)/8$

ma essendo (l^2-x^2) = 1600 m^2 l'area richiesta è 200 m^2

10. I dadi

Soluzione [1- $(13/16)^4$ ≅ 0,5642]

Lanciando 4 dadi la probabilità di ottenere DADO in quest'ordine è 1/64.
Ma le lettere DADO possono essere disposte in 12 modi differenti quindi la probabilità di ottenere le lettere DADO in un ordine qualsiasi è 12/64. Pertanto la probabilità di non ottenere DADO in un singolo lancio è 1- 12/64 = 13/16 e quindi in quattro lanci è $(13/16)^4$. La probabilità di ottenere DADO in quattro lanci è quindi = 1- $(13/16)^4$ ≅ 0,5642