

Soluzioni biennio 2007

Premio Città di Terni (quindicesima edizione)

GARA DEL BIENNIO

Terni 4 aprile 2007

Istruzioni

- 1) La prova consiste di dieci quesiti e/o problemi. I primi sei quesiti e/o problemi richiedono lo svolgimento, i passaggi per giungere ai risultati e le relative giustificazioni. Ciascuno di essi verrà valutato con un **punteggio da 0 a 12**.
Si terrà conto anche dell'accuratezza delle risposte.
Ogni risposta, anche se parziale, sarà considerata.
- 2) Il quesito n. 7 verrà valutato **1,5 punti per ogni configurazione** disegnata esatta
- 3) Il quesito n. 8 verrà valutato con un **punteggio da 0 ad 10** (2 punti per ogni risposta esatta)
- 4) I quesiti n. 9 e 10 sono del tipo a risposta multipla; ciascuno di essi è seguito da 5 risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E: una sola di queste risposte è giusta. Per ciascun quesito, segna con una croce la lettera corrispondente alla risposta esatta. La risposta giusta vale **5 punti**, la risposta errata vale **0 punti**, la risposta omessa vale **1 punto**.
- 5) Hai due ore di tempo. **BUON LAVORO!**

Da riempire da parte del concorrente

Nome _____ Cognome _____

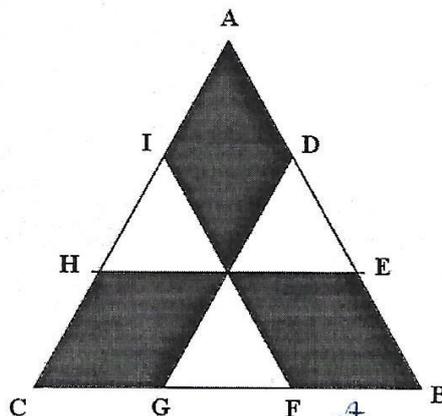
Indirizzo _____ Città _____

Scuola _____ Classe e Sezione _____

1) **MITSUBISHI ... MI STUPISCI!**

Calcola il lato del triangolo equilatero ABC, sapendo che i punti D, E, F, G, H, I dividono ogni lato in tre parti uguali e che l'area della parte colorata è $6\sqrt{3}$ cm².

(Giustifica la tua risposta)

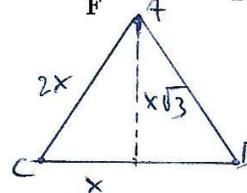


$$\text{area}(\text{parte colorata}) = \frac{2}{3} \text{area}(ABC)$$

$$\text{area}(ABC) = \frac{3}{2} \cdot 6\sqrt{3} \text{ cm}^2 = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\text{area}(ABC) = x \cdot x\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \Rightarrow x^2 = 9$$

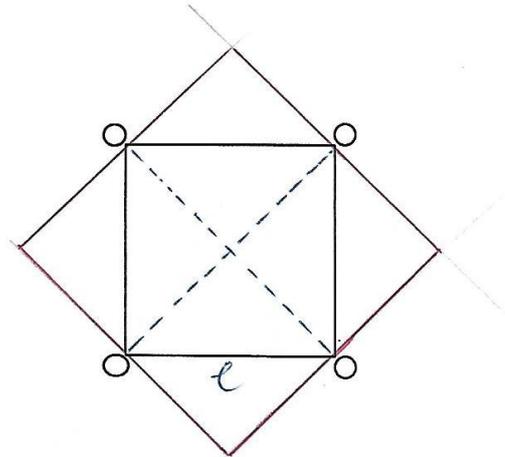
$$\text{lato}(ABC) = 6 \text{ cm}$$



$$x = 3 \text{ cm}$$

2) UNA PISCINA PIU' GRANDE

Luca vuole ampliare la sua piscina (di forma quadrata) in modo da raddoppiare la superficie della vasca. Ai quattro vertici della piscina vi sono quattro alberi, come disegnato in figura. Luca vuole mantenere la forma quadrata e la posizione degli alberi. E' possibile?

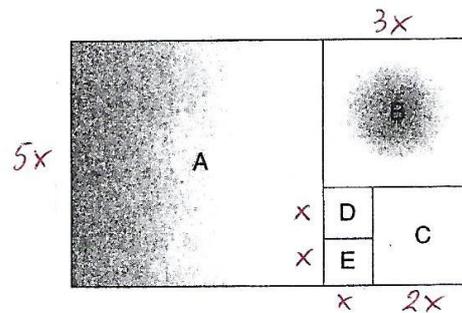


(Giustifica la tua risposta)

Il nuovo quadrato avente per lato la diagonale $l\sqrt{2}$ ha una superficie $(l\sqrt{2})^2 = 2l^2$ doppia del precedente

3) I QUADRATI NEL RETTANGOLO

Il rettangolo, in figura, ha una superficie di 160 cm^2 . E' stato diviso nei cinque quadrati A, B, C, D, E. Quanto misura il lato del quadrato C?



(Giustifica la tua risposta)

$$\text{Area}(\text{rettangolo}) = 160 \text{ cm}^2$$

$$x^2 + x^2 + (2x)^2 + (3x)^2 + (5x)^2 = 160$$

$$2x^2 + 4x^2 + 9x^2 + 25x^2 = 160$$

$$40x^2 = 160$$

$$x^2 = \frac{160}{40} = 4 \quad x = 2 \text{ cm}$$

Il lato del quadrato C misura 4 cm

4) IL NUMERO INTERMEDIO

Se al prodotto di tre numeri interi consecutivi, si aggiunge il numero intermedio, allora il risultato è il cubo del numero intermedio. Esempio: $4 \cdot 5 \cdot 6 + 5 = 5^3$

È sempre vero? **Sì**

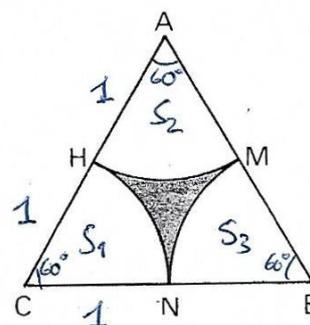
(Giustifica la tua risposta)



$$\begin{aligned} \underline{x(x+1)(x+2) + (x+1)} &= x(x^2 + 2x + x + 2) + x + 1 = \\ &= x^3 + 2x^2 + x^2 + 2x + x + 1 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = \underline{\underline{(x+1)^3}} \end{aligned}$$

5) IL "TANGA"

Il triangolo ABC, di lato 2 cm, in figura, è equilatero e i punti medi M, N, H sono i punti medi dei lati. Trova l'area della superficie colorata, tenendo conto che gli archi sono archi di circonferenza con centro nei vertici del triangolo.



(Giustifica la tua risposta)

$$\text{altezza (triangolo)} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\underline{\text{area (triangolo)}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2} = \underline{\underline{\sqrt{3} \text{ cm}^2}}$$

$$\text{area}(S_1) = \frac{\pi \cdot 1^2}{6} \text{ cm}^2 = \frac{\pi}{6} \text{ cm}^2$$

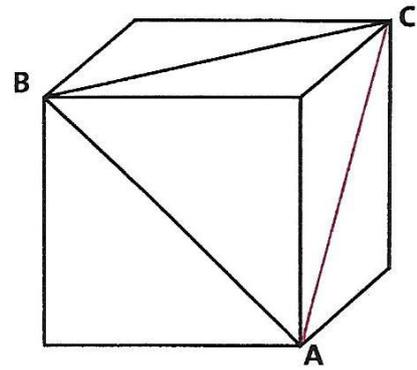
$$\underline{\text{area}(S_1 + S_2 + S_3)} = 3 \cdot \frac{\pi}{6} \text{ cm}^2 = \underline{\underline{\frac{\pi}{2} \text{ cm}^2}}$$

$$\text{area richiesta} = \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right) \text{ cm}^2 = \frac{2\sqrt{3} - \pi}{2} \text{ cm}^2$$

6) L'ANGOLO DEL CUBO

Quanto misura l'angolo ABC formato dalle due diagonali AB e BC delle due facce del cubo rappresentato in figura?

(Giustifica la tua risposta)



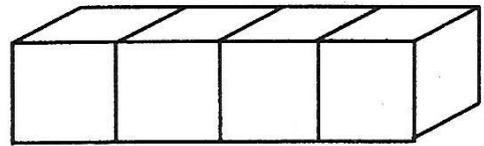
Tracciando anche la diagonale AC si ottiene un triangolo equilatero (ABC) e quindi l'angolo $\hat{A}BC = 60^\circ$

7) I CUBI DI CARLO

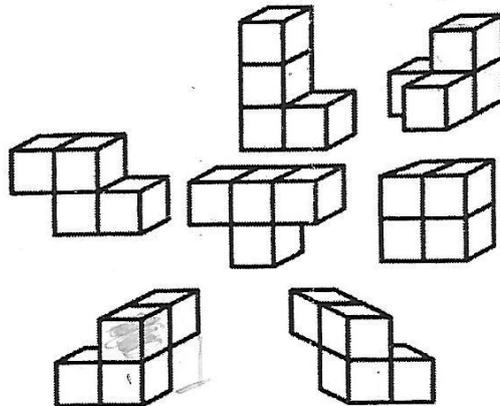
Carlo ha a disposizione quattro cubi di legno con i quali può realizzare diverse configurazioni, unendo i quattro cubi faccia a faccia.

Ad esempio, nella figura accanto, viene proposta una configurazione con i quattro cubi allineati e uniti fianco a fianco.

Disegna tutte le possibili configurazioni.

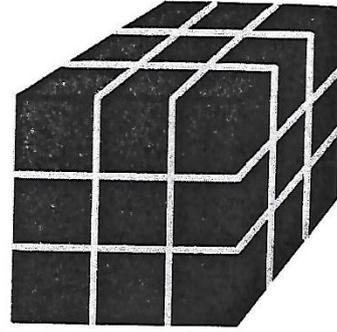


Le configurazioni possibili sono le seguenti:



8) I TAGLI

Il cubo disegnato è di legno e dipinto di rosso. Si divide, con sei tagli, in cubetti più piccoli tutti uguali, come illustrato in figura.



- Quanti cubetti si ottengono? 27
- Quanti cubetti hanno una faccia dipinta di rosso? 6
- Quanti cubetti hanno due facce dipinte di rosso? 12
- Quanti cubetti hanno tre facce dipinte di rosso? 8
- Quanti cubetti non hanno alcuna faccia dipinta di rosso? 1

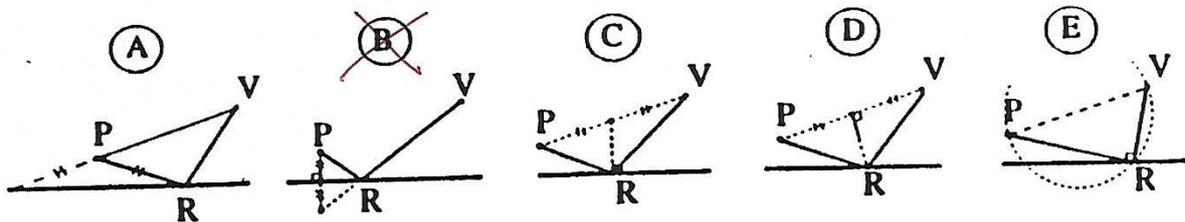
9) I TRIANGOLI RETTANGOLI

Quanti valori di k esistono tali che $(-1;2)$; $(-10;5)$ e $(-4;k)$ sono i vertici di un triangolo rettangolo?

- A) 1 B) 2 C) 3 ~~D) 4~~ E) nessuna delle precedenti risposte

10) LA VIA PIU' BREVE

Paolo è al camping (punto P) non lontano da Valeria (punto V). Ogni mattina egli fa visita a Valeria ma deve passare al fiume (punto R) per portarle dell'acqua. Egli può raggiungere il punto R in cinque modi differenti (vedi figura). Qual è il tragitto più corto?



I TRIANGOLI RETTANGOLI del n.9

