Soluzioni biennio 2016

1. *LA COMBINAZIONE*

Soluzione [180]

Il numero della combinazione della valigia è del tipo XXY oppure YXX, dove X può essere 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e con X diverso da Y. Su X abbiamo 10 scelte possibili, mentre su Y ne abbiamo 9 (10 meno 1, dobbiamo escludere la cifra per X). Il numero di combinazioni XXY sono quindi $10 \cdot 9 = 90$, così come sono 90 il numero di combinazioni YXX, in totale avremo $90 + 90 = 180$ combinazioni.

2. *IL LUPO E L'AGNELLO*

Soluzione [84]

Due falcate del lupo coprono $2 \cdot 2 = 4$ metri, con 3 falcate l'agnello copre invece $3 \cdot 1 = 3$ metri. Ogni volta che il lupo percorre 4 metri ne guadagna 1 sull'agnello, che verrà raggiunto dopo 84 metri.

3. *DAVID DI CIOCCOLATA*

Soluzione [20,86 cm]

Per valutare l'altezza del mini-David di cioccolata possiamo applicare una proporzione osservando che la quantità di cioccolato è proporzionale al volume e questo, a sua volta, è proporzionale al cubo dell'altezza

Altezza (cm)	Quantità (g)
350	1.180.000
x	250

$$350^3 : x^3 = 1.180.000 : 250 \quad \Rightarrow \quad x^3 = \frac{25 \cdot 35^3 \cdot 10^4}{118 \cdot 10^4} \cong 9083$$

da cui

$$x \cong 20,86$$

Commento. Una statuetta di cioccolata di 250 g sarebbe alta circa 20 cm: si può fare!

4. *FACCIAMO A METÀ*

Soluzione

EURONICS	
Prodotto 1	**86** €
Prodotto 2	**585** €
Sconto	43 €
Totale	628 €

4.1 Denotati con x ed y i prezzi dei due prodotti, dall'informazioni dello scontrino possiamo dedurre che

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2} = 43 \quad (sconto) \\ \dfrac{x}{2} + y = 628 \quad (spesa\ totale) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 86 \\ y = 585 \end{cases}$$

4.2 Da quanto osservato nel punto 4.1, denotati con x ed y i prezzi dei due prodotti ed assunto $x \le y$, si ottiene

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2} = S \quad (sconto) \\ \dfrac{x}{2} + y = C \quad (spesa\ totale) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2S \\ y = C - S \end{cases}$$

Commento. Lo sconto dipende solo dal prezzo più basso, il prodotto di maggior costo non interviene in alcun modo nello sconto. Ad esempio, se acquistiamo un prodotto del costo di 20 €, lo sconto sarà di soli 10 € indipendentemente dalla spesa complessiva, che dovrà essere comunque di almeno 459 €!

5. *LA CASELLA CENTRALE*

Soluzione

a	b	c
d	e	f
g	h	i

a+d+g =S	c+f+i = S
a+e+i =S	c+e+g =S
da cui d+g = e+i	da cui f+i = e+g

Sommando (membro a membro) si ottiene d+g +f+i = 2e+i+g cioè d+f = 2e

aggiungendo e ai due membri d+f +e = 3e cioè S = 3e ed e = $\dfrac{S}{3}$

6. *UN NUMERO SCONOSCIUTO*

Soluzione [3248]

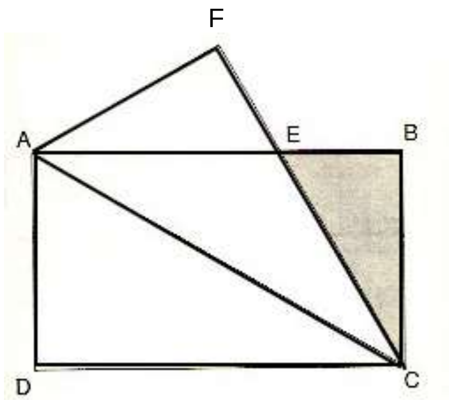
Se B · C = D allora, essendo le quattro cifre tutte diverse, può essere soltanto 2·3 = 6, 2·4 = 8, 3·2 = 6, 4·2 = 8, cioè BC = 23 e D = 6, BC = 24 e D = 8, BC = 32 e D = 6, BC = 42 e D = 8. Poiché A · D = BC ed essendo 23 e 32 non divisibili per 6 e 42 non divisibile per 8, risulta B = 2, C = 4 e D = 8. Il numero cercato è 3248

7. *IL FOGLIO PIEGATO*

Soluzione [1/6]

I due triangoli CAD e CAF sono ovviamente uguali (isometrici) e pertanto l'ampiezza dell'angolo ACF è di 30° e così anche l'ampiezza dell'angolo ECB è di 30°. Il triangolo rettangolo EBC è quindi la metà di un triangolo equilatero. Sia EB = a, allora EC = $2a$ e area(EBC) = $\frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = \frac{1}{2} a^2\sqrt{3}$ Il triangolo AEC è isoscele sulla base AC (gli angoli alla base sono entrambi di 30°) e cosi AE=EC=$2a$. Area (ABCD) = $3a \cdot a\sqrt{3}$

In conclusione, il rapporto delle aree è $\frac{\frac{1}{2}a^2\sqrt{3}}{3a^2\sqrt{3}} = \frac{1}{6}$



8. *IL SACCHETTO DI BIGLIE*

Soluzione [76%]

Su 100 biglie, 20 sono blu, ed è difettoso il 5% delle altre 80, cioè altre 4. Le altre 76 sono gradite a Linda.

9. *UN CUBO MONDIALE*

Soluzione [$l = 10^3 \cdot \sqrt[3]{3,6} \cong 1533$ m]

Se l (m) è il lato del cubo, allora in ogni piano ci sono $5l^2$ persone e il numero dei piani è $\frac{l}{2,5}$

Pertanto $5l^2 \cdot \frac{l}{2,5} = 7,2 \cdot 10^9$ e $l^3 = 3,6 \cdot 10^9$ ed $l = 10^3 \cdot \sqrt[3]{3,6} \cong 1533$ m

10. *IL TAVOLO ROTONDO*

<u>Soluzione</u>

a) A B C D E
A B D E C
A B E C D
A C B E D
A D B C E
A E B DC
Sono possibili 6 modi

b) 10 modi

c) 55 modi

d) $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ oppure $\frac{n^2-3n+2}{2}$

n = numero persone	x_n= numero modi possibili
3	x_3= 1
4	x_4= 3 = x_3+ 2
5	x_5= 6 = x_4+3
6	x_6 = 10 = x_5+ 4
…	…
n	$x_n = x_{n-1} + (n-2)$ n = 4, 5, 6, 7, … $x_4 + x_5 + x_6 + \cdots + x_n = (x_3 + 2) + (x_4 + 3) + (x_5 + 4) + \cdots + (x_{n-1} + n$-2) Eliminando i termini uguali, si ha $x_n = x_3 + 2 + 3 + 4 + \cdots + n - 2$ Ed essendo 2 + 3 +4 + 5 +…+ $n - 2$ = $(n - 2 + 2)\frac{n-3}{2}$ $x_n = 1 + \frac{n^2 - 3n}{2}$ $x_n = \frac{n^2 - 3n + 2}{2} = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$