Soluzioni biennio 2017

1. *LE TRE ETÀ*

Soluzione [32]

Scomponendo 5203 in fattori primi si ha 5203 = 11·11· 43. Maria ha 43 anni e ciascuno dei suoi figli 11 anni. Quando sono nati i gemelli Maria aveva 43 - 11 = 32 anni

2. *OPPOSTE TIFOSERIE*

Soluzione [20]

I maschi sono il doppio delle femmine pertanto la classe sarà composta per 2/3 da maschi e per 1/3 da femmine. E quindi il numero totale di alunni dovrà essere divisibile per 3. Il numero di alunni di ciascun gruppo inoltre deve essere un numero dispari compreso tra 10 e 20 e cioè: 11, 13, 15, 17, 19, e la loro differenza deve essere 4. Pertanto solo la coppia di numeri 13 e 17 soddisfa tutte le condizioni (numeri dispari, la differenza = 4, la somma un multiplo di 3. Pertanto la classe sarà composta da trenta allievi di cui 20 sono maschi e 10 femmine.
oppure
Sia x il numero delle femmine; $2x$ è il numero dei maschi e $3x$ è il numero totale degli alunni.
Sia $2n + 1$ il numero di alunni di un gruppo, $2n + 5$ è il numero di alunni dell'altro gruppo (x ed n interi positivi, con $5 \leq n \leq 7$).
Si ha $(2n+1) + (2n+5) = 3x$ ed $x = \dfrac{4n+6}{3}$. L'unica soluzione è $n = 6$ ed $x = 10$.
La classe è composta da 10 femmine e 20 maschi.

3. *VELOCE … COME IL VENTO*

3.1. Un motorino che viaggia alla velocità di 30 km/h è più o meno veloce del primatista Bolt su una distanza di 100 metri?

Per rispondere al quesito valutiamo la velocità media di Bolt.
L'atleta corre 100 m in 9"58, quindi la sua velocità media è

$$v_m = \frac{100}{9{,}58} \cong 10{,}43\, m/s = 10{,}43 \frac{3600}{1000}\, km/h \cong 37{,}57 km/h$$

Quindi è superiore a quella del motorino!

3.2. L'atleta che è arrivato ultimo ai campionati del mondo di Berlino si trovava a 3m dal traguardo nel momento in cui è stata scattata l'immagine a lato. Qual è stata la sua velocità media (km/h)?

Velocità media:

$$\frac{spazio}{tempo} = \frac{100-3}{9{,}58} = \frac{9700}{958} \cong 10{,}12 m/s = 36{,}432\, km/h$$

Si deduce che la differenza fra le velocità dei concorrenti è stata inferiore a 1,2 km/h, cioè circa 30 cm/s !

4. *ITALIA PROFUMATA*

Con oltre ....**183**.... lanci nei primi dieci mesi del 2016 l'offerta di fragranze sul mercato italiano è cresciuta del ......**18**.....% rispetto al 2015 ("solo" .....**155**.... nuovi lanci).
A trainare la dinamicità dell'offerta, i profumi da donna con 128 novità e un incremento (ben sopra alla media) del 28%; 41 sono state invece le fragranze maschili (+1,6%) e solo 14 sono stati i lanci di profumi unisex, calati del 4,6%.
Fonte: Il Sole 24 Ore, 14 febbraio 2017

Riempire lo spazio dei puntini, dopo aver completato la tabella

anno	**donna**		**uomo**		**unisex**	
2015	**x=100**		**y=40**		**z=15**	
2016	128	+28%	41	+1,6%	14	-4,6%

- Osserviamo innanzi tutto che i nuovi lanci del 2016 sono stati $128+41+14=183$
- Denotate rispettivamente con x, y e z il numero delle fragranze femminili, maschili e unisex del 2015, sulla base delle informazioni riportate nell'articolo risulta:

$$\begin{cases} 1,28x = 128 \\ 1,016y = 41 \\ 95,4z = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cong 100 \\ y \cong 40 \\ z \cong 15 \end{cases}$$

Il totale delle nuove fragranze 2015 è quindi pari a $100+40+15=155$

- Resta da calcolare la percentuale di crescita w del mercato nei primi 10 mesi del 2016 rispetto al 2015. Dai dati globali 2015 e 2026 (appena calcolati), si ha

$$w = \frac{183-155}{155} \cdot 100 \cong 18\%$$

5. *IL CONTACHILOMETRI PALINDROMO*

<u>Soluzione</u> [55 km/h]

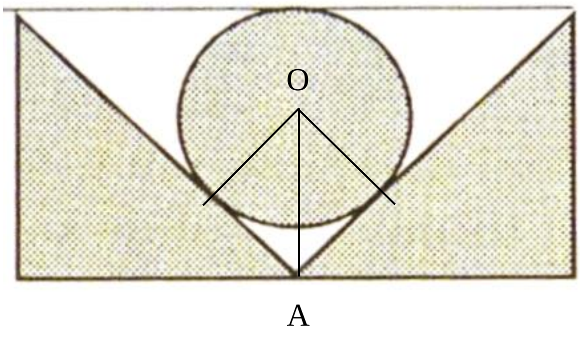
Le prima cifra a sinistra nel numero 15951 non può cambiare nello spazio di due ore, quindi 1 rimane la prima e l'ultima cifra del nuovo numero. La seconda cifra e la quarta cifra diventano 6; se la cifra nel mezzo diventasse 0, 1, 2....., la macchina avrebbe percorso 110, 210, 310, … km nelle due ore trascorse. Naturalmente la prima è la soluzione che interessa, e l'auto ha viaggiato a 55 km all'ora.

6. *IL CERCHIO NEL TRIANGOLO*

<u>Soluzione</u> [$r = l(\sqrt{2}-1)$]

Sia r il raggio del cerchio.
Considerando il quadrato avente per vertici i punti di contatto tra il cerchio e i triangoli, il centro del cerchio O ed il punto A, si ha OA = $r\sqrt{2}$ e che $r + r\sqrt{2} = l$. Pertanto

$$r = \frac{l}{1+\sqrt{2}} = l\left(\sqrt{2}-1\right)$$



7. *IL PROBLEMA DI GIULIO*

<u>Soluzione</u>

Siano $2n+1$ e $2n+3$ due numeri dispari consecutivi.
Allora $(2n+3)^2-(2n+1)^2=4n^2+12n+9-4n^2-2n-1=8n+8=8(n+1)$
oppure se $2n-1$ e $2n+1$ sono i due numeri dispari consecutivi
allora $(2n+1)^2-(2n-1)^2=4n^2+4n+1-4n^2+4n-1=8n$

8. *IL RIGORE NEL SETTE*

<u>Soluzione</u> [$\cong 11{,}84$ m]

Sia O il dischetto del rigore ed M il punto medio della porta (OM = 11 m).
Sia A un estremo della porta (MA= $\frac{7{,}32}{2}=3{,}66$ m).
Il triangolo OMA è rettangolo e l'ipotenusa OA = $\sqrt{11^2+3{,}66^2}\cong 11{,}59$ m.
Sia S l'incrocio dei pali (AS = 2,44 m), il triangolo OAS è rettangolo e l'ipotenusa
OS = $\sqrt{11{,}59^2+2{,}44^2}\cong 11{,}84$

9. *SUL TAPIS ROULANT*

<u>Soluzione</u> [a) 75 s = 1 min 15 s; b) $v_{media}\cong$ 5,9 km/h, $s\cong$ 1,5 km]

a) 15 min = 900 s $\quad \frac{900}{12}=75$ s = 1min 15 s

b) Poiché la durata dei 12 intervalli è la stessa, la v_{media} = $\frac{5{,}4\cdot 2+5{,}6\cdot 2+5{,}9\cdot 3+6{,}2\cdot 4+6{,}5\cdot 1}{12}$ =

$=\frac{71}{12}\cong 5{,}9$ km/h. La distanza totale percorsa s = 5,9 km/h$\cdot\frac{15}{60}$ h $\cong 15$ km

10. *L'AREA COLORATA*

<u>Soluzione</u> [200 cm^2]

area (R) = area (S) = $\pi 10^2/4 - 10^2/2 = (25\pi - 50)$ cm^2
area (P) = area (Q) = $10^2 - \pi 10^2/4 = (100 - 25)$ cm^2
area parte colorata = $2(25\pi - 50) + 2(100 - 25\pi) + 10^2 = 50\pi - 100 + 200 - 50\pi + 100 = 200$ cm^2
oppure
I due segmenti circolari R ed S individuati sulla diagonale *AC* sono uguali tra loro ed uguali a quelli che si formerebbero sulla diagonale *BD*. Dunque la regione colorata ha la stessa area del triangolo *BCD*: 200 cm^2