

Soluzioni triennio 2012

1. I due numeri

La risposta esatta è: D

Si devono cercare le soluzioni dell'equazione

$z^2 - az + 1 = 0$ il cui delta è negativo se $-2 < a < 2$. Quindi i valori sono 3 (-1; 0; 1)

2. Il giardinetto

La risposta esatta è: E

Infatti, il punto cercato è il circocentro, ma, essendo i tre lati 3, 4, 6, ricordando che 3, 4, 5 è una nota terna pitagorica, poiché il terzo lato ha lunghezza maggiore di 5, sicuramente il triangolo di cui parliamo è ottusangolo, e il centro della circonferenza circoscritta non può stare internamente ad esso.

3. Il costo della maionese

La risposta esatta è: D

Il barattolo conteneva 300ml. Detto V il volume cercato e P il prezzo della maionese prima dell'aumento, basta risolvere la relazione $VP = (V - 50) \times 1.2P$ da cui $0.2V = 60$.

4. L'escursione

La risposta esatta è: C

Infatti, per ogni chilometro in pianura impiega 15 minuti ad andare e 15 a tornare, in totale mezz'ora. Allo stesso modo, per ogni chilometro in salita impiega 20 minuti per salire e altri 10 per scendere, cioè sempre mezz'ora. Perciò, dato che ha camminato per 6 ore e ogni ora ha percorso 4 km (2 per andare e 2 per tornare), l'escursionista avrà percorso 24 km

5. L'equazione

Soluzione:

1) se la base è 1 sono soluzioni i valori di x : $-1 \pm \sqrt{2}$

2) se l'esponente è 0 è soluzione $x=1$

3) se la base è -1, ma con $x \in \{\text{interi multipli di } 2\}$ potrebbe essere considerata anche la soluzione $x = -1$

6. La sfortuna al casinò

Soluzione:

a) $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{30} + 2^{31} = 2^{32} - 1 = 4294967295$ \$

b) Vincita: 2^{32} \$; Vincita netta: $(2^{32} - (2^{32} - 1)) = 1$ \$

c) Vincita netta in generale: $2^n - (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-2} + 2^{n-1}) = 2^n - (2^n - 1) = 1$ \$

7. Amici a quattro zampe

Soluzione:

In tutto sono 666. Infatti se tutte le famiglie che ne possiedono tre ne donassero uno a tutte quelle che ne possiedono uno, tutti i nuclei familiari ne possiederebbero almeno due.

8. L'andirivieni della mosca

Soluzione:

I due treni si incontrano dopo aver percorso 50 km, a metà del percorso totale, ed hanno impiegato un'ora. La mosca avrà volato quindi per un'ora e poiché si muove alla velocità di 75 km/h avrà percorso 75 km.

9. L'età nascosta

Soluzione:

dette x , y e t rispettivamente le età attuali di Valentina, della sorella più giovane e del fratello, valgono le seguenti relazioni:

$$x-5=5(y-5); y-5=(t-5)/4 \text{ e } t+5=2(y+5) \text{ da cui } x=30$$

10. La palla di gomma

Soluzione:

la palla percorrerà 15 metri. Infatti, dopo essere caduta per 5 metri, con il primo rimbalzo la palla risale fino a $5/2$ metri d'altezza e poi ripercorre questa distanza in discesa; di nuovo risale per $5/4$ metri e poi ridiscende, e così via. Così la palla percorre $5+5/2+5/2+5/4+5/4+5/8+5/8+\dots=5+(5/2+5/2)+(5/4+5/4)+(5/8+5/8)+\dots=5+5+5/2+5/4+5/8+5/16+\dots=10+5(1/2+1/4+1/8+1/16+\dots)$ metri, che sommati danno 15 metri.