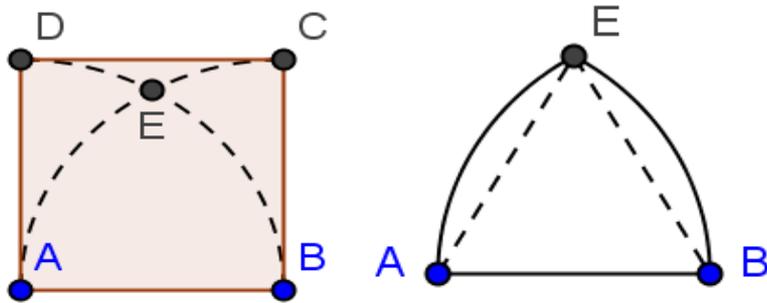


## Soluzioni triennio 2013

### 1. Due cani in cortile

La risposta esatta è: D



1) La probabilità è pari al rapporto tra l'area del quadrato escluso il triangolo mistilineo DEC, e tutta l'area del quadrato stesso.

2) L'area del triangolo mistilineo DEC è pari all'area del quadrato meno l'unione tra i due settori circolari DAB e CBA, ciascuno dei quali è la quarta parte dell'area del cerchio di raggio 6m.

3) L'unione tra i due settori circolari DAB e CBA è pari alla somma delle aree di ciascuno di essi meno l'area del triangolo mistilineo ABE.

4) L'area del triangolo mistilineo ABE è pari all'unione tra i settori EAB e EBA e cioè alla loro somma meno l'area del triangolo ABE che è equilatero essendo i due raggi AE e BE entrambi uguali al lato del quadrato, cosicché gli angoli EAB e EBA sono di  $60^\circ$  e i due settori sono perciò ciascuno la sesta parte dell'area del cerchio di raggio 6m.

5) l'area del triangolo equilatero ABE di lato 6 è pari  $9 \cdot \sqrt{3} \text{ m}^2$

tornando al punto 4) area del triangolo mistilineo ABE =  $(2 \frac{\pi \cdot 6^2}{6} - 9 \cdot \sqrt{3}) \text{ m}^2$

al punto 3) l'unione dei due settori

$$\text{DAB e CBA} = (2 \frac{\pi \cdot 6^2}{4} - (2 \frac{\pi \cdot 6^2}{6} - 9 \cdot \sqrt{3})) \text{ m}^2 = (6\pi + 9\sqrt{3}) \text{ m}^2$$

al punto 2) triangolo mistilineo DEC = area del quadrato -  $(6\pi + 9\sqrt{3}) \text{ m}^2$

al punto 1) la probabilità che il dono di Luigino vada a buon fine è il rapporto

$$\frac{(6\pi + 9\sqrt{3})}{36} \cong \frac{34,44}{36} \cong 0,9566 \text{ cioè } 95,66\%$$

## 2. Festa in crociera

La risposta esatta è: E

Numero di orecchini =  $n$  (il 4% ha un orecchino a testa; per il restante 96%, poiché il numero di coloro che hanno 2 orecchini e di coloro che non ne hanno nessuno, è lo stesso, è come se il 96% avesse un solo orecchino. Pertanto è come se tutte le donne avessero un solo orecchino. Quindi il numero di orecchini è proprio  $n$ .

## 3. Il pesce di aprile

La risposta esatta è: A

Se indichiamo A, B, C i tre signori, una scelta è A prende il cappello a B, il quale a questo punto deve prendere quello di C (se prendesse quello di A, C resterebbe con il proprio cappello), infine per forza C prende il cappello di A. Oppure A prende da C, che quindi prende da B, al quale non resta che prendere il cappello di A. Altri casi non ci sono.

## 4. Il club

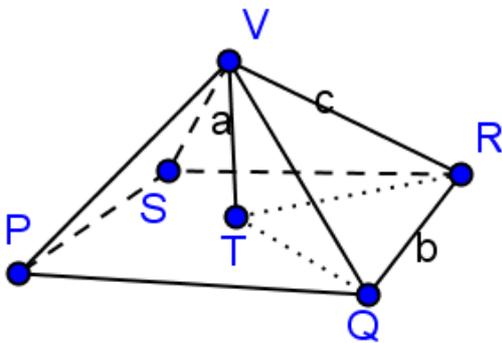
La risposta esatta è: B

$$31 + 29 + 27 + 25 + 23 + 21 + 19 + 17 + 15 + 13 + 11 = 231$$

## 5. Piramidi egizie

La risposta è: 7, 8, 9

Osserviamo la piramide.



Per il Teorema di Pitagora applicato al triangolo VTR (rettangolo in T),  $VR^2 = VT^2 + TR^2$ , quindi  $c^2 = a^2 + (b^2/2)$  (TR = metà diagonale della base quadrata della piramide)

Sappiamo inoltre che:

$$a = b - 1$$

$$c = b + 1.$$

Sostituendo:

$$(b+1)^2 = (b-1)^2 + (b^2/2)$$

Svolgendo i calcoli:

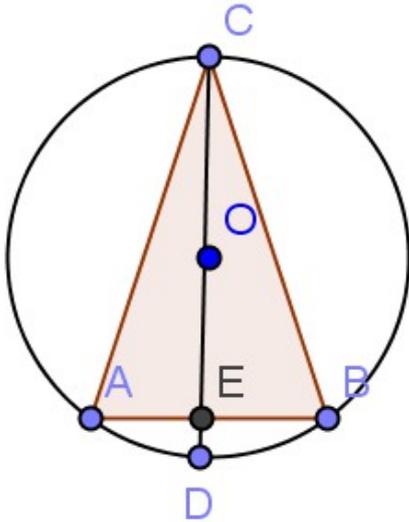
$$b^2 - 8b = 0$$

Essendo  $b$  diverso da zero, segue  $b = 8$

La terna  $a, b, c$  cercata è quindi 7, 8, 9.

## 6. Il triangolo

La risposta esatta è:  $AB = \frac{8}{5}r$



$$EB = x \quad 0 < x \leq r$$

$$AB = 2x$$

$$CE \text{ (altezza)} = y \quad 0 < y < 2r$$

CBD è rettangolo (perché inscritto in una semicirconferenza), quindi per il II teorema di Euclide:

$$y:x = x:ED \text{ cioè } x^2 = y \cdot ED$$

$$\text{Quindi: } y:x = x:(2r-x) \text{ cioè } x^2 = y \cdot (2r-x)$$

Ma è vero anche, per le condizioni poste:  $2x+y=2r$ . Sostituendo si arriva all'equazione:

$$5x^2 - 4rx = 0, \text{ che conduce a: } AB = \frac{8}{5}r$$

## 7. Il percorso

La risposta esatta è: 42 km/h

Indichiamo con  $d$  la distanza (in km) della prima metà del percorso, e sia  $x$  la velocità media incognita (in km/h). Tempo (in ore) impiegato  $\frac{d}{70}$ ; tempo (in ore) impiegato per coprire la

seconda metà del percorso  $\frac{d}{30}$ ; tempo (in ore) relativo all'intero percorso  $\frac{d}{70} + \frac{d}{30}$ . Pertanto

$$\frac{2d}{x} = \frac{d}{70} + \frac{d}{30} \text{ e } x = 42 \text{ km/h}$$

## 8. I due fratelli

La risposta esatta è:

a) Un anno. Affinché  $n^2 - m^2 = (n - m) \cdot (n + m)$  sia un numero primo,  $(n + m)$  deve essere un numero primo e  $(n - m)$  deve essere 1.

b) No, ci sono due possibilità come 12 e 11, 15 e 14

### 9. Le strette di mano

La risposta esatta è: 14 persone

Sia  $x$  il numero delle persone presenti. Ciascuna delle  $x$  persone stringe la mano alle rimanenti ( $x - 1$ ) persone. Allora il totale di strette di mano è  $\frac{x \cdot (x - 1)}{2}$  (diviso due perché se A dà la mano a B anche B stringe la mano di A). In altre parole, le strette di mano in totale sono le combinazioni di  $x$  "oggetti" a due a due. Si ha l'equazione di 2° grado  $\frac{x \cdot (x - 1)}{2} = 91$  che risolta fornisce la soluzione positiva  $x = 14$  (e  $x = - 13$ )

### 10. Il comitato di base

La risposta esatta è:

1) Caso 5 x 5:

1A	2B	3C	4D	5E
2C	3D	4E	5A	1B
3E	4A	5B	1C	2D
4B	5C	1D	2E	3A
5D	1E	2A	3B	4C

2) non è possibile per esempio il caso 2 x 2.