

Premio Città di Terni

(trentesima edizione)

Scuola Secondaria di I grado – Soluzioni

DOMANDE A RISPOSTA CHIUSA CON SPIEGAZIONE

1) PER FARE UN ALBERO...

E)

Il numero minimo di foglie si ottiene quando ci sono tutti i rami con 4 foglie mentre il numero massimo quando ci sono tutti i rami con 7 foglie.

I casi intermedi si ottengono aggiungendo ripetutamente 3 dal caso minimo al caso massimo; infatti ogni volta che si sostituisce un ramo da 4 foglie con uno da 7 foglie, il numero di queste aumenta di 3 unità. I possibili numeri sono quindi: 32, 35, 38, 41, 44, 47, 50, 53, 56.

Dato che **nessuna di queste possibilità** è presente allora la risposta esatta è la E).

2) LA MEDIA ALLE MEDIE

C)

Se si chiama con P il punteggio medio incognito allora basta utilizzare la formula della media pesata nel seguente modo:

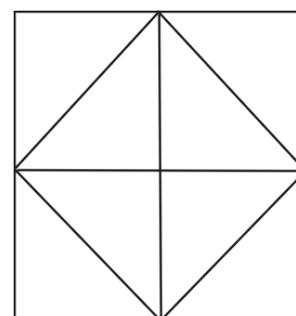
$$(60 \cdot 25 + 40 \cdot P) : 100 = 21 \rightarrow P = (2100 - 1500) : 40 = 15.$$

La risposta corretta è la C)

3) ORIGAMI FATTI “A CASA”

C)

Suddividendo il quadrato in 8 parti congruenti tracciando tutti i segmenti che collegano due punti medi dei lati si osserva che “la casa” è formata da 6 delle 8 parti. Dato che la differenza di aree vale 2 cm^2 allora ciascuna delle 8 parti misura 1 cm^2 . Quindi l'area del pentagono è 6 cm^2 mentre quella del quadrato è 8 cm^2 . La risposta è C).



4) ANGOLI AL TERNI IN TERNI

B)

L'angolo verde si trova per differenza a partire dalla somma degli angoli interni di un triangolo:

$$180^\circ - 52^\circ - 43^\circ = 85^\circ.$$

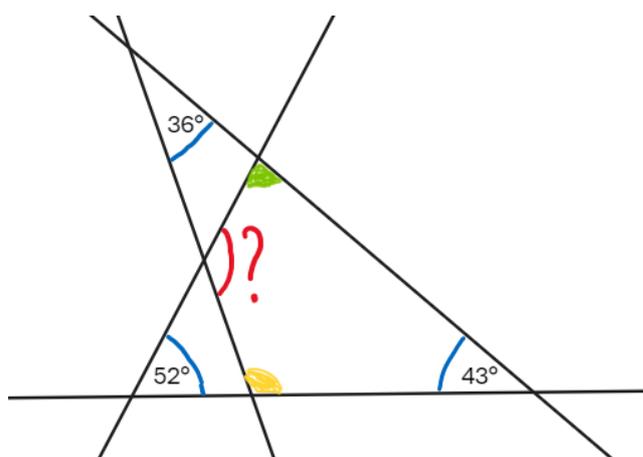
Analogamente l'angolo giallo:

$$180^\circ - 36^\circ - 43^\circ = 101^\circ.$$

L'angolo rosso incognito si trova sempre per differenza di angoli ma di un quadrilatero:

$$360^\circ - 43^\circ - 85^\circ - 101^\circ = 131^\circ.$$

La risposta corretta è la B).



DOMANDE A RISPOSTA APERTA CON SPIEGAZIONE

5) ... CI VUOLE UN FIORE

Il numero di fiori di ciascun mazzo deve essere necessariamente un divisore comune di 98, 126 e 84 altrimenti esisterebbero dei fiori che rimarrebbero esclusi.

Per minimizzare il numero di mazzi occorre scegliere il divisore comune in modo che sia più grande possibile, ossia bisogna calcolare l'MCD $(98, 126, 84) = 14$.

Una volta trovato il massimo comune divisore il numero di mazzi sarà uguale a:
 $98:14+126:14+84:14 = 7+9+6 = \mathbf{22}$.

6) TUTTI IN RIGA

Siano a, b, c i tre numeri centrali incogniti.

Dato che il primo numero è 30 e che $30 \cdot a \cdot b = 720$, allora $a \cdot b = 720:30 = 24$.

Dato che $a \cdot b \cdot c = 288$, allora $c = 288:(a \cdot b) = 288:24 = 12$. Quindi **c = 12**.

Dato che $b \cdot c \cdot 18 = 1296$, allora $b = 1296:(12 \cdot 18) = 6$. Quindi **b = 6**.

Infine $a = 24:b = 4$. Quindi **a = 4**.

7) CTRL X

Se 5 boscaioli tagliano 30 alberi in 3 ore

allora 1 boscaiolo taglia $30:5 = 6$ alberi in 3 ore,

quindi 16 boscaioli tagliano $16 \cdot 6 = 96$ alberi in 180 minuti.

Infine 16 boscaioli tagliano $8 = 96:12$ alberi in $180:12 = \mathbf{15}$ minuti.

8) SONO FUORI DAL TUNNEL

Lo spazio totale percorso dal treno è pari alla lunghezza della galleria più la lunghezza del treno stesso. Infatti una volta che la testa del treno esce dalla galleria bisogna percorrere altri 150m affinché esca anche la coda.

Quindi lo spazio totale è 1350 m, mentre la velocità media è $180:3,6 = 50\text{m/s}$.

Dalla formula $t = s:v$ si ottiene il tempo totale che è $1350:50 = \mathbf{27}$ secondi.

9) IL ROSSO E IL NERO

Le palline 1 e 2 possono essere dello stesso colore o di colori diversi. Distinguiamo i casi a) e b).

a) Colorando 1 e 2 dello stesso colore allora anche tutti i numeri successivi sono necessariamente colorati con lo stesso colore. Dimostriamolo:
supponiamo senza perdita di generalità che 1 e 2 siano rossi, quindi $3 = 1+2$ deve essere rosso e in generale, per ogni naturale $n > 3$, il numero successivo $n+1 = (n)+(1)$ deve essere rosso perché sia n che 1 lo sono. (Detto precisamente è vero per il principio di induzione). La stessa argomentazione vale nel caso in cui 1 e 2 siano entrambi neri.
Dunque abbiamo trovato **due** colorazioni buone che corrispondono a:
tutti rossi (RRR...) e tutti neri (NNN...).

b) Se invece 1 e 2 sono di colori diversi allora 3 può essere colorato o come 1 o come 2.

b1) Se 3 è colorato come 1 allora anche tutti i numeri successivi da 4 in poi devono essere colorati come 1 e 3 (per lo stesso motivo del caso precedente).
Quindi abbiamo trovato altri **due** casi buoni: **(RNRRR...) e (NRNNN...).**

b2) Dimostriamo infine che se 3 è dello stesso colore di 2 allora la scelta di 4 è forzata e successivamente anche tutte le altre scelte lo sono. Supponiamo senza perdere di generalità che 2 e 3 siano rossi mentre 1 sia nero, allora anche $5 = 2+3$ deve essere rosso. Ma dato che 5 è rosso e che $5 = 1+4$ allora anche 4 deve essere rosso perché, se fosse nero, allora 5 dovrebbe essere nero, ma non può esserlo perché è già rosso e ciò porterebbe ad una contraddizione.

Quindi anche 4 è necessariamente dello stesso colore di 2 e di 3; anche tutti i numeri successivi a 4 devono essere di questo stesso colore (per lo stesso motivo dei casi precedenti).

Le ultime **due** configurazioni sono: **(NRRRR...) e (RNNNN...).**

Non possono esserci altre configurazioni quindi la risposta è **6**.

10) OMBRE CINESI

$AB = 10$ cm è la bacchetta e

M il suo punto medio.

$OM = 60$ cm è la distanza tra la torcia e il punto medio della bacchetta.

$A'B' = 40$ cm è la lunghezza iniziale dell'ombra.

Per prima cosa troviamo OM' distanza tra la torcia e la parete.

I triangoli OAB e $OA'B'$ sono simili dato che l'angolo in O è in comune mentre gli angoli in A e A' sono congruenti poiché AB e $A'B'$ sono parallele tagliate dalla stessa trasversale.

Quindi vale

$OM:AB = OM':A'B'$ da cui

$OM' = OM \cdot A'B' : AB = 60 \cdot 40 : 10 = 240$ cm.

Nel caso successivo si ha

$OM = 80$ cm e $A'B' = ?$

Usando la stessa proporzione:

$A'B' = AB \cdot OM' : OM = 10 \cdot 240 : 80 = 30$ cm.

