Soluzioni

Prima parte. Quesiti a risposta chiusa.

Esercizio 1	Esercizio 2	Esercizio 3	Esercizio 4	Esercizio 5
E	E	E	C	B

Esercizio 1. $2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 - 4^4 = 4 \cdot 2^6 - 4^4 = 2^8 - \left(2^2\right)^4 = 2^8 - 2^8 = 0$

Esercizio 2. Facendo la scomposizione dei tre numeri si ottiene $x = 2^8$, $y = 2^4 \times 3^2$ e $z = 2^6 \times 3 \times 5$. Il massimo comun divisore è M.C.D. $= 2^4$ mentre il minimo comune multiplo è m.c.m. $= 2^8 \times 3^2 \times 5$, pertanto il rapporto tra m.c.m. e M.C.D. è 720.

Esercizio 3. In tutti e quattro i cerchi l'area della parte nera è $\frac{\pi}{2}r^2$.

Esercizio 4. Per trovare il rimanente si impone la proporzione $90 : 100 = 108 : x$ da cui si ottiene $x = \frac{100 \times 108}{90} = 120$ euro. Da questo, per trovare i soldi si impone la nuova proporzione $75 : 100 = 120 : x$ da cui segue $x = \frac{100 \times 120}{75} = 160$ euro.

Esercizio 5. Andrea indossa un pantalone, una maglietta e un paio di scarpe quindi si può vestire in $4 \times 5 \times 3 = 60$ modi diversi.

Seconda parte. Quesiti a risposta aperta.

Esercizio 6. Utilizzando ripetutamente il teorema di Pitagora si ottiene $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3}$ fino ad arrivare a $m = \sqrt{7}$.

Esercizio 7. Detti x il numero di sacchi del mulo e y il numero di sacchi del cavallo, si ha

$$\begin{cases} x + 1 = 3\left(y - 1\right) \\ y + 1 = \frac{1}{2}(x - 1) \end{cases}$$

Risolvendo il sistema si ottiene

$$\begin{cases} x = 17 \\ y = 7 \end{cases}$$

cioè il cavallo porta 7 sacchi e il mulo ne porta 17.

Esercizio 8. Detto x il numero dei ragazzi che si reca al supermercato, si ha

$$4{,}20x = 5{,}50 \times 2 + 6{,}20\left(x - 5\right)$$

da cui segue

$$x = 10$$

quindi il gruppo dei compagni di classe che studiano insieme è costituito da 11 studenti (10 ospiti e il padrone di casa).

Esercizio 9. Il problema si approccia per tentativi. Se Kizembre A è un kizembre lungo, vuol dire che i kizembre corti durano 15 kiziorni, se è un kizembre corto, quelli lunghi durano 25 kiziorni. In entrambe i casi, posto x la durata dei kizembre corti, detto n_L il numero di kizembre lunghi, si ha l'equazione

$$n_L\left(x + 5\right) + 2n_L x = 585$$

ovvero

$$n_L\left(3x + 5\right) = 585$$

da cui

$$n_L = \frac{585}{3x + 5}$$

cioè $\dfrac{585}{50}$ se $x = 15$, oppure $\dfrac{585}{65}$ se $x = 20$. Di questi solo il secondo valore è intero, per cui i kizembre corti durano 20 kiziorni, come kizembre A.

Infine, dall'equazione $65n_L = 585$ si ricava $n_L = 9$, quindi il numero dei kizembre corti è 18; in totale il calendario ha 27 kizembre.

Esercizio 10. Indicando con S,D,G gli insiemi contenenti gli appassionati che giocano a Scacchi, Dama e Go rispettivamente; si ha

$\left|S\right| = 0{,}68 \times 250 = 170$ appassionati che giocano a Scacchi;

$\left|D\right| = 0{,}56 \times 250 = 140$ appassionati che giocano a Dama;

$\left|G\right| = 0{,}48 \times 250 = 120$ appassionati che giocano a Go.

Inoltre si ha:

$\left|S \cap G\right| = 90$ appassionati che giocano sia a Scacchi che a Go;

$\left|S \cap D\right| = 0{,}32 \times 250 = 80$ appassionati che giocano sia a Scacchi che a Dama

Sia $x = \left|S \cap D \cap G\right|$ il numero di appassionati che giocano a tutti e tre i giochi.

Coloro che giocano a Scacchi e a Go ma non giocano a Dama sono $90 - x$, ovvero

$$\left|(S \cap G) - D\right| = 90 - x$$

mentre coloro che giocano a. Scacchi e a Dama ma non a Go sono $80 - x$, ovvero

$$\left|(S \cap D) - G\right| = 80 - x$$

Per determinare il numero di quelli che giocano a Go e a Dama ma non giocano a Scacchi si utilizza l'informazione per cui "il numero di appassionati che gioca a tutti e tre i giochi è il doppio del numero di appassionati che gioca esattamente a due giochi", ovvero

$$\frac{1}{2}x = (90 - x) + (80 - x) + \left|(G \cap D) - S\right| \Longrightarrow \left|(G \cap D) - S\right| = \frac{5}{2}x - 170$$

Il numero di appassionati che giocano solo a Dama, quindi, è

$$\left|D - (S \cup G)\right| = 140 - \left(x + \frac{5}{2}x - 170 + 80 - x\right) = 230 - \frac{5}{2}x$$

mentre il numero di appassionati che giocano solo a Go è

$$\left|G - (S \cup D)\right| = 120 - \left(90 - x + x + \frac{5}{2}x - 170\right) = 200 - \frac{5}{2}x$$

da cui si ottiene

$$\left|S \cup D \cup G\right| = \left|S\right| + \left|D - (S \cup G)\right| + \left|G - (S \cup D)\right| + \left|(G \cap D) - S\right|$$

cioè

$$250 = 170 + 230 - \frac{5}{2}x + 200 - \frac{5}{2}x + \frac{5}{2}x - 170 \Longrightarrow x = 72.$$